

**Miguel Ángel Martínez
García**



Universidad de Granada

Máster Universitario de Profesorado de Educación Secundaria
Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de
Idiomas.

Especialidad: Matemáticas.

MOVIMIENTOS. SIMETRÍA.

Especialidad: Matemáticas.

Idiomas.

Máster Universitario de Profesorado de Educación Secundaria
Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de

Universidad de Granada



**Miguel Ángel Martínez
García**



Universidad de Granada

**Propuesta de Unidad Didáctica: Movimientos.
Simetría.**

Memoria de TRABAJO FIN DE MÁSTER realizada bajo la tutela del Doctor Luis Rico Romero del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada que presenta Miguel Ángel Martínez García, dentro del Máster Universitario de Formación de Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas.

Tabla de contenido

1. Introducción.....	4
2. Normativa que Fundamenta la Unidad Didáctica.	5
3. Análisis Didáctico del Tema: Movimientos. Simetría.	6
3.1. Análisis de Contenido.	6
3.1.1. Análisis Histórico del Tema.....	6
3.1.2. Estructura Conceptual.....	8
3.1.3. Sistemas de Representación.....	9
3.1.4. Fenomenología.....	12
3.1.5. Mapa Conceptual del Tema.....	15
3.2. Análisis Cognitivo.....	16
3.2.1. Expectativas de Aprendizaje.....	16
3.2.2. Limitaciones de Aprendizaje.....	19
3.2.3. Oportunidades de Aprendizaje.....	21
3.3. Análisis de Instrucción.....	22
3.3.1. Contenido Matemático.....	22
3.3.2. Contexto.....	23
3.3.3. Complejidad de las Tareas.....	23
3.3.4. Análisis de una tarea.....	24
3.3.5. Materiales y Recursos.....	26
4. Propuesta de Unidad Didáctica.....	28
4.1. Objetivos de Etapa.....	28
4.2. Contenidos Específicos de la Unidad Didáctica.....	29
4.3. Relación Unidad Didáctica – Competencias Básicas.....	30
4.4. Metodología.....	31
4.5. Organización de las tareas de la Unidad Didáctica.....	32
4.6. Descripción de las Sesiones de la Unidad Didáctica.....	32
<i>Sesión 1: Figuras Congruentes.....</i>	<i>32</i>
<i>Sesión 2: Movimientos Directos e Inversos.....</i>	<i>36</i>
<i>Sesión 3: Las traslaciones.....</i>	<i>39</i>
<i>Sesión 4: Los Giros.....</i>	<i>43</i>
<i>Sesión 5: La Simetría Axial.....</i>	<i>46</i>
<i>Sesión 6: La Simetría Central.....</i>	<i>50</i>
<i>Sesión 7: La Alhambra.....</i>	<i>54</i>
<i>Sesión 8: Evaluación.....</i>	<i>57</i>

4.7. Evaluación del Aprendizaje.....	58
4.7.1. Criterios de Evaluación:	58
4.7.2. Instrumentos de Evaluación:.....	59
5. Conclusiones.	60

1. Introducción.

“Las matemáticas son un instrumento de conocimiento y análisis de la realidad y un componente esencial en el desarrollo de los individuos desde una edad muy temprana. Constituyen un conjunto de saberes de un gran valor histórico, social y cultural y en consecuencia, las personas deben ser capaces de utilizarlas para razonar de manera crítica sobre las diferentes realidades y problemáticas del mundo actual. El dominio del espacio y del tiempo, la organización y optimización de recursos, formas y proporciones, la capacidad de previsión y control de la incertidumbre o el manejo de la tecnología digital, son sólo algunos ejemplos.” Ministerio Educación y Ciencia (2007)

Este trabajo que presento es una Propuesta de Unidad Didáctica realizada como Trabajo Fin de Máster para el Máster Universitario de Formación de Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas: Especialidad Matemáticas.

La realización de esta propuesta viene marcada por el hecho de que cómo futuro docente es una inquietud personal el conocer una labor del profesor que no se muestra de cara al público, como es la realización de Unidad Didáctica y del estudio que éste debe llevar a cabo para su realización.

Además, este trabajo fin de Máster, junto con la Memoria de Prácticas, ponen de manifiesto el logro de las competencias profesionales, generales y específicas que establece este Máster en relación con la Especialidad de Matemáticas y que aparecen reflejadas en la Orden ECI/3858/2007 en el que se establecen las competencias que el alumno debe adquirir.

Esta propuesta está destinada al estudio de los Movimientos en el plano: Traslaciones, Giros y Simetrías, realizando un estudio detallado de cada uno en particular para conocer qué caracteriza a cada uno y cuáles son los elementos y propiedades que los caracterizan.

Para ello, la metodología que vamos a seguir es la del Análisis Didáctico formado por la Fundamentación, Análisis de Contenido, Cognitivo y de Instrucción, los cuales forman un sistema global en el que un pequeño cambio en uno de los apartados nos lleva a modificar el resto para su buen desarrollo.

2. Normativa que Fundamenta la Unidad Didáctica.

El Profesor de Secundaria debe ser capaz de planificar, desarrollar y evaluar el proceso de enseñanza y aprendizaje potenciando procesos educativos que faciliten la adquisición de las competencias propias de las respectivas enseñanzas, atendiendo al nivel y formación previa de los estudiantes así como la orientación de los mismos, tanto individualmente como en colaboración con otros docentes y profesionales del centro. (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007b).

Para realizar una buena planificación de una Unidad Didáctica, es necesario acercarse a la normativa curricular y analizarla para encontrar todas las referencias que aparezcan sobre nuestro tema, la cual, estará contenida en diferentes niveles.

Los contenidos de nuestro tema aparecerán recogidos en la Orden ECI/2220/2007 que fue publicada en el BOE núm. 174 el 21 de Julio del 2007. Más concretamente, encontramos referencias en los niveles de 1º ESO y 3º ESO con los siguientes contenidos:

1º ESO, Bloque 4: Geometría.

Simetría de figuras planas. Apreciación de la simetría en la naturaleza y en las construcciones.

Empleo de herramientas informáticas para construir, simular e investigar relaciones entre elementos geométricos.

3º ESO, Bloque 4: Geometría.

Traslaciones, simetrías y giros en el plano. Elementos invariantes de cada movimiento. Uso de los movimientos para el análisis y representación de figuras y configuraciones geométricas. Composición de movimientos en casos sencillos.

Identificación de los planos de simetría en los poliedros.

Reconocimiento de los movimientos en la naturaleza, en el arte y en otras construcciones humanas.

Una vez ubicado nuestro tema dentro de la normativa, es necesario comenzar a tomar decisiones sobre nuestra Unidad Didáctica.

Estas decisiones se concretan mediante criterios para la selección, secuenciación y organización de los contenidos; criterios para la organización, desarrollo y control de trabajo en el aula; prioridades en el proceso de construcción del conocimiento y en la asignación de significados por parte de los alumnos; y, finalmente, criterios para valorar los logros en el aprendizaje y para el tratamiento adecuado de los errores (Rico, 1997)

En el currículo español, aparecen cuatro componentes básicas sobre las que se puede tomar decisiones para la programación y la planificación de la enseñanza, que son: Objetivos y competencias básicas. Contenidos. Metodología y Evaluación.

3. Análisis Didáctico del Tema: Movimientos. Simetría.







Como hemos mencionado anteriormente vamos a seguir la metodología del Análisis Didáctico para esta Unidad que se fundamenta en el Análisis de Contenido, Cognitivo y de Instrucción.

3.1. Análisis de Contenido.

Hay tres ideas claves que definen el Análisis de Contenido: ¿Qué conceptos definen mi tema? ¿Cómo se representan? ¿Para qué sirven?, es decir, Estructura Conceptual, Sistemas de Representación y Fenomenología. Con carácter previo, para conocer qué elementos definen mi tema, es necesario hacer un recorrido histórico para saber cómo surgieron.

3.1.1. Análisis Histórico del Tema.

El Análisis Histórico se va a desarrollar completamente en el Anexo I, se va a incluir aquí un resumen de lo más importante:

<p>Antigua Grecia</p>	 	<ul style="list-style-type: none"> • Los libros de los elementos de Euclides (325 a.C. – 265 a.C.), constan de 13 libros. • Destacamos el Libro I: Los Fundamentos de la Geometría. Teoría de los triángulos, paralelas y el área. • Se definen los criterios de congruencia e igualdad de triángulos a partir de la Geometría Estática, al revés, de cómo se explican en estos momentos a partir de una Geometría Dinámica.
<p>Mundo Árabe</p>	 	<ul style="list-style-type: none"> • La geometría es muy importante en el Islam. • La forma perfecta es el círculo, que representa a Dios y se utiliza como patrón para realizar otros motivos. • Los patrones geométricos más destacados ,que son utilizados en el arte y decoración islámica, son: <ul style="list-style-type: none"> ~ El uso de polígonos estrellados ~ La superposición de teselaciones en planos paralelos.
<p>Alhambra</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Ciudad, fortaleza y palacio de los reyes de la dinastía Nazarí, sus salas y jardines son la máxima expresión del arte musulmán en Europa. • En la decoración de la Alhambra podemos encontrar los 17 grupos de simetría del plano.
<p>Edad Media</p>		<p>Filippo Brunelleschi (1377 – 1416): Fue el primer artista que estudió y utilizó intensivamente las matemáticas. Su pasión por ellas le llevo al descubrimiento de la perspectiva cónica.</p>

		Leonardo de Vinci (1452 – 1519): En su Studio, se realiza un estudio anatómico buscando la proporcionalidad del cuerpo humano, el canon clásico o ideal de belleza, usando el ángulo de 90° y la simetría.
		Alberto Durero (1471 – 1528): Hizo hincapié en todas sus obras en la geometría y en la medida. Escribió un libro sobre geometría: “Instrucción en la medida con regla y compás” (1525)
Edad Moderna		Gerard Desargues (1591 – 1661): Fue el precursor de la idea de transformación geométrica y el de figura invariante con sus propiedades. Escribe el Primer borrador sobre los resultados de intersecar un cono con un plano que sientan las bases de la geometría proyectiva y da lugar al teorema que lleva su nombre: TEOREMA DE DESARGUES.
		<ul style="list-style-type: none"> • La geometría analítica fue introducida en el siglo XVII por Pierre Fermat (1601-1665) y por Descartes, para el estudio de curvas y superficies. • Poncelet (1788 – 1867) fue considerado como uno de los fundadores de la geometría proyectiva, de especial importancia su obra Tratado de las propiedades proyectivas de las figuras (1822). • Poncelet desarrolla el método de las transformaciones, que llevarían a otros matemáticos como Michel Chasles (1793 – 1880), a realizar nuevas investigaciones.
		
Edad Contemporánea		<ul style="list-style-type: none"> • La clasificación de las transformaciones se debe gracias a los trabajos de Galois (1811 – 1832) sobre teoría de grupos. • Debido a la pronta muerte de Galois, fue Lagrange (1736 – 1813) que impresionado por el concepto de grupo, dedicó la mayor parte de su vida a desarrollarlo y a aplicarlo. • Klein (1849 – 1925) propone un estudio de esas relaciones. describiendo aquellas propiedades de las figuras que permanecen invariantes bajo la acción de un grupo concreto de transformaciones.
		
		
Actualidad		<ul style="list-style-type: none"> • Benoît Mandelbrot (1924 – 2010), que con sus estudios sobre los fractales mostró un nuevo campo donde estaban muy presentes las transformaciones geométricas y que dieron un auge para continuar los estudios sobre esta teoría. • En la actualidad, podemos seguir estudiando a estas transformaciones, como es el caso de los matemáticos John Griggs Thompson y Jacques Tits que en 2008 consiguieron el premio Abel de las ciencias por una investigación sobre simetrías en teoría de grupos.
		

3.1.2. Estructura Conceptual.

Para realizar la Estructura Conceptual nos tenemos que preguntar: ¿Cuáles son los conceptos que caracterizan el tema? ¿Qué procedimientos se pueden establecer a partir de esos conceptos? ¿Cómo se relacionan esos conceptos entre sí? ¿Cómo se relacionan esos procedimientos entre sí? ¿Cómo se relacionan esos conceptos y esos procedimientos?

3.1.2.1. Conocimiento Conceptual.

Hechos

Términos y Notaciones:

- Punto: P
- Recta: r
- Plano: π
- Ángulo: \wedge
- Segmento: \overline{AB}
- Vértice: A
- Vector: \vec{v}
- Centro: O
- Radio: r
- Eje de Simetría: e
- Transformación: T
- Movimiento: M
- Movimiento Directo: M_d
- Movimiento Inverso: M_i
- Traslación: t_v
- Giro: G_θ
- Simetría: S
- Simetría Axial: S_a
- Simetría Central: S_c
- Simetría Radial: S_r

Convenios:

- Los puntos se denotan con mayúsculas. (A, B, C...)
- Las rectas se denotan con letras minúsculas. (r, s, t...)
- El plano se denota con letras griegas. (π)
- Un vector de extremos A y B se denotará \overrightarrow{AB} si A es el origen y B el extremo.
- Una traslación de vector \vec{v} lo denotaremos por $T\vec{v}$
- Un giro de ángulo θ y con centro O, lo denotaremos $G_\theta(O, -)$
- Un ángulo de giro positivo significa que el giro se hace en sentido contrario a las agujas del reloj y el negativo en el sentido de las agujas del reloj.
- Una simetría axial cuyo eje de simetría es e se le denotará por $S_a(e, -)$.
- Una simetría central cuyo centro de simetría sea O se le denotará por $S_c(O, -)$.
- Una simetría radial de orden n se denotará por $S_r(n, -)$

Resultados:

- Un movimiento se caracteriza por 3 puntos y sus imágenes o por sus elementos invariantes, 1 punto y su imagen.
- El trasladado de un segmento es otro segmento de igual longitud y paralelo al inicial. De igual forma, la trasladada de una recta es otra recta paralela a la primera.
- El trasladado de un ángulo, es otro de igual medida y lados paralelos a los del ángulo original.

- El centro de giro de una figura y su transformada se obtiene intersecando las mediatrices de los segmentos formados por los puntos y sus homólogos.
- Una simetría central es un giro de 180° .
- La composición de dos movimientos directos o de dos movimientos inversos da lugar a un movimiento directo.
- La composición de un movimiento inverso y uno directo da lugar a un movimiento inverso.

Conceptos:

Conceptos Generales sobre movimientos:

- Figuras Congruentes.
- Movimientos.
- Elementos invariantes de un movimiento.
- Tipos de movimientos: Identidad, Giros, Traslaciones y Simetrías.
- Composición de Movimientos.
- Descomposición de movimientos en simetrías.
- Regularidades en el plano de figuras congruentes: Frisos y Mosaicos

Conceptos Específicos sobre Simetría:

- Figuras Simétricas; Reflexión de Figuras.
- Simetría Axial.
- Eje de Simetría.
- Tipos de Simetría: Axial, Central y Radial.
- Composición de Simetrías.
- Composición de dos simetrías según posición relativa de sus ejes.
- Regularidades en el plano por reflexión.

3.1.2.2. Campo Procedimental.

Destrezas:

- Obtener relaciones entre figuras del plano (son de igual tamaño y forma,...)
- Construir el vector resultante de otros dos.
- Construir la figura trasladada de una figura.
- Construir el ángulo resultante dados otros dos.
- Realizar el giro de una figura respecto a un punto con un determinado ángulo.
- Construir el simétrico de una figura respecto a un eje o un punto.
- Hallar el orden de una simetría radial.
- Realizar la composición de dos o más movimientos.
- Encontrar la pieza mínima de un mosaico.

Razonamientos:

- *Deductivo*
 - Propiedades de los giros, traslaciones y simetrías.
 - Ejemplo: Obtener el movimiento resultante de la composición de 2 simetrías axiales de ejes paralelos y de ejes concurrentes.
- *Inductivo*
 - Regularidades en mosaicos para obtener la pieza mínima.
 - Ejemplo: Si tenemos un mosaico el cual vemos como una porción se repite, podemos suponer que en esa pieza tiene que encontrarse la pieza mínima, acotando así el área de búsqueda.
- *Figurativo*
 - Representaciones en el plano cartesiano.
 - Ejemplo: Si pedimos que hagan el traslado de una figura mediante un vector en el plano cartesiano, podemos descomponer el vector en su componente vertical y horizontal, para obtener la figura homóloga trasladándola primero vertical y luego horizontalmente.

Estrategias:

- Usar programas geométricos como Geogebra, Sketchpad o Cabri para una mejor visualización de los elementos geométricos.
- Utilización de materiales y recursos manipulativos, como el libro de espejos, para obtener la transformada por una simetría axial.
- Construcciones con regla y compás.
- Utilización de los conceptos del tema en la Resolución de Problemas.

3.1.3. Sistemas de Representación.

Según el Diccionario de la Real Academia Española: “*Representar: Hacer presente algo con palabras o figuras que la imaginación retiene.*” (RAE, 2010), es decir, es cualquier modo en el que se presenta un objeto, concepto o idea.

Mayoritariamente, los conceptos matemáticos se hacen presentes mediante símbolos, gráficos o signos, por lo que nuestras representaciones seguirán ese camino. Debemos tener en cuenta, que cada sistema de representación pone de manifiesto y destaca alguna peculiaridad del concepto que expresa o de sus propiedades. Nuestra pregunta es: ¿Qué representaciones hay asociadas al tema? ¿Cómo represento los elementos de mi unidad? ¿Existe alguna relación entre las representaciones?

Diferenciamos 5 sistemas de representación diferentes.

3.1.3.1. Sistema de Representación Simbólica.

Dentro de este tipo de representación podemos observar diferentes representaciones de un mismo concepto, pudiéndose representar matemáticamente, mediante la propia simbología del concepto, como ecuación y finalmente como matriz, en el caso de que hablemos de un movimiento de forma genérica.

Pongo el ejemplo de un giro de un elemento P, de ángulo θ , con centro de giro en O.

- Simbólicamente: $G_\theta(O, P)$
- Matemáticamente: $G: R^2 \rightarrow R^2$ verificando $\begin{cases} d(O, P) = d(O, P') \\ (\widehat{OP \overline{OP'}}) = \theta \end{cases}$
 $G_\theta(P) = P'$
- Ecuaciones Cartesianas: $\begin{cases} x' = x \cos(\theta) - y \operatorname{sen}(\theta) \\ y' = x \operatorname{sen}(\theta) + y \cos(\theta) \end{cases}$
- Matricial: $\begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\operatorname{sen}(\theta) \\ \operatorname{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

3.1.3.2. Sistema de Representación Verbal.

La representación verbal de la geometría analítica se manifiesta en el desarrollo oral de los problemas y la comunicación de resultados. Por ejemplo:

$G_\theta(O, P) \rightarrow$ Un giro de ángulo θ cuyo centro es un punto O, es una aplicación de R^2 en R^2 que lleva el punto P en P' verificando que el segmento \overline{OP} es igual que el segmento $\overline{OP'}$ y el ángulo $\widehat{POP'}$ es igual que θ .

$S_a(e, P) \rightarrow$ Una simetría axial con respecto al eje de simetría e es una aplicación de R^2 en R^2 que lleva el punto P en P' verificando que el eje de simetría e es la mediatriz del segmento $\overline{PP'}$.

3.1.3.3. Representación Numérica.

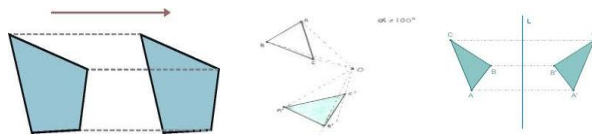
La representación numérica se va a dar en el caso en el que tengamos fijados todos los elementos de nuestra isometría como son el ángulo y el centro de giro en un giro, el vector de traslación en una traslación y los ejes o el centro de simetría en una simetría axial y central, respectivamente. Se van a dar mediante la utilización de matrices que son las asociadas a esos movimientos. Pongo aquí un ejemplo con las simetrías:

Simetría	Transforma el vector representado por	En el vector	De coordenadas	Matriz asociada
Respecto al eje x	$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$	$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
Respecto al eje y	$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$	$\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Respecto a la recta $y=x$	$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$	$\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

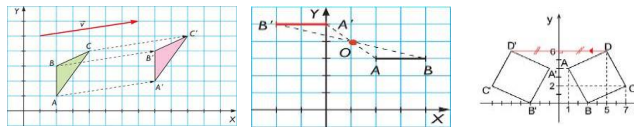
3.1.3.4. Sistema de Representación Gráfico.

Este tipo de representación va a ser el más importante de nuestro tema ya que es el más representativo y con el trabajaremos principalmente, ya que nuestra intención, es la de que los alumnos conozcan de forma visual los movimientos en el plano y las propiedades que éstos deben cumplir. Diferenciamos entre:

1. Plano Euclídeo:



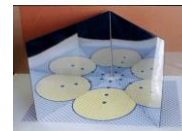
2. Plano Cartesiano:



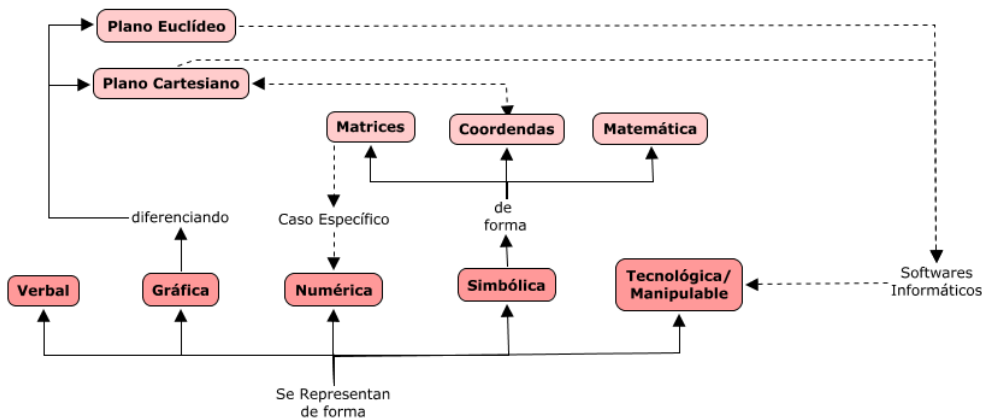
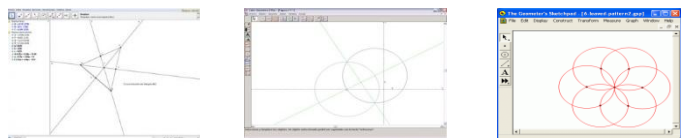
3.1.3.5. Sistema de Representación Manipulativo.

Dentro del campo de la geometría podemos utilizar una gran diversidad de materiales y recursos que nos permiten una visualización de la geometría desde otra perspectiva, pero hay que recordar que no todos los materiales y recursos, son sistemas de representación. Voy a destacar dos recursos que son muy utilizados, aunque sus descripciones serán detalladas más adelante en el apartado de Materiales y Recursos:

1. Libro de Espejos:



2. Softwares Informáticos:



Relación entre los diferentes Sistemas de Representación

3.1.4. Fenomenología.

Como su nombre indica, en este apartado vamos a hacer un estudio de los fenómenos que tienen relación con nuestro tema. De esta forma, responderemos a las preguntas de ¿Para qué se utilizan los conceptos? O ¿A qué problemas dan respuesta los conceptos? (Contextos), ¿Qué relaciones hay entre esos problemas y la estructura Conceptual? (Subestructuras) y ¿En qué situaciones está presente mi tema? (Situaciones).

3.1.4.1. Fenómenos y Contextos.

En nuestra Unidad, podemos agrupar los fenómenos en las siguientes categorías:

Fenómenos inorgánicos: Se presentan al buscar y estudiar la estructura de la materia, en particular, la descripción cristalográfica de cuerpos minerales.

Fenómenos orgánicos: Se presentan al estudiar la estructura de las formas y a los seres vivos. Se busca encontrar patrones de simetría para realizar un estudio.

Fenómenos estéticos y técnicos: Se encuentran en la realización de diferentes producciones artísticas o técnicas, como son en las ramas de arquitectura, pintura, música... Se busca el ritmo, la armonía, la belleza y proporción de las representaciones.

Fenómenos científicos: Contemplan la simetría, o la asimetría, como un principio regulador y/o organizador de una disciplina, mediante el cual se pueden emplear conceptos matemáticos (movimiento, isometría, grupo de las isometrías del plano y/o del espacio) para probar, inferir y/o resolver cuestiones de los campos disciplinares correspondientes.

Fenómenos Físicos: Se refiere a fenómenos en el que buscamos como podemos describir fenómenos de la naturaleza o las deformaciones que sufre la materia con el paso del tiempo, a partir de los movimientos.

3.1.4.2. Conceptos Clave y Situaciones.


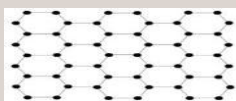

Para poder dar una razón a estos fenómenos, vamos a relacionar los fenómenos mencionados con los conceptos claves de nuestro tema que son casos particulares de elementos que pertenecen al Grupo de las Transformaciones del Plano. Nos referimos a los conceptos de:

- Traslación.
- Giro.
- Simetría Axial.
- Simetría Central.

Para las situaciones, vamos a utilizar las situaciones que se exponen en el informe PISA de la OCDE, que son:



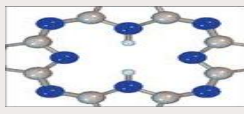


1. Situaciones Personales.
2. Situaciones Educativas/Laborales.
3. Situaciones Públicas.
4. Situaciones Científicas.

A continuación, muestro unas tablas que relacionan los fenómenos, los contextos, nuestros conceptos clave y las situaciones PISA:




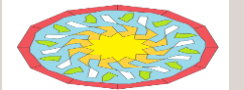
TRASLACION				
		Tipo	Imagen	Situación
Fenómenos	Música	Estético o Técnico		Educativa
	Redes Cristalinas	Inorgánico		Científica
	Frisos	Estético o Técnico		Pública

GIROS				
		Tipo	Imagen	Situación
Fenómenos	Flores	Orgánico		Pública
	Órbita Satélites	Científico		Científica
	Rosetones Cíclicos	Estético o Técnico		Pública

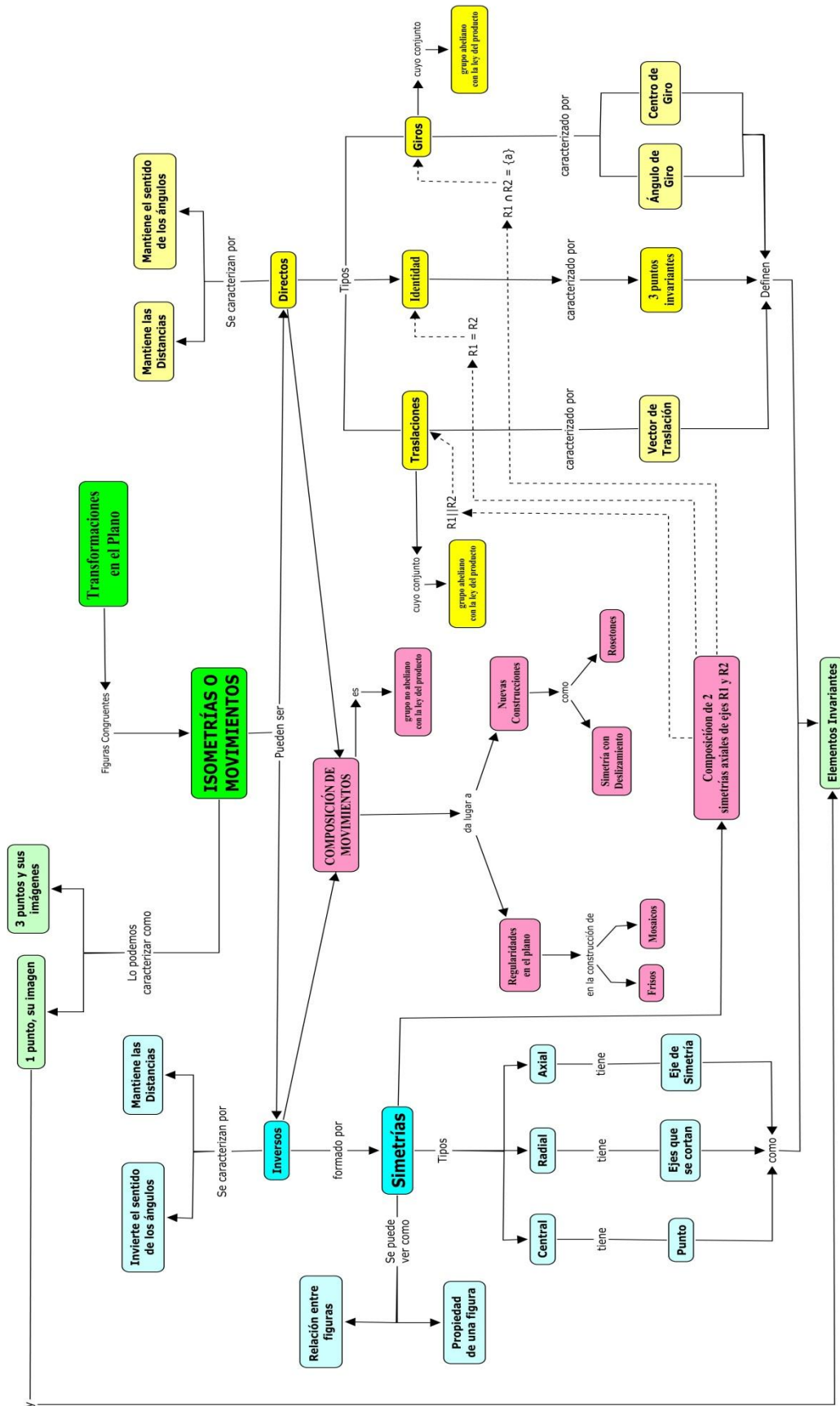
SIMETRÍA AXIAL

		Tipo	Imagen	Situación
Fenómenos	Reflexión superficies reflectantes	Físico		Personal o Pública
	Fibra Óptica	Científico		Científica
	Moléculas Orgánicas	Orgánicos		Científica
	Arquitectura	Estético o Técnico		Pública
	Arte	Estético o Técnico		Pública

SIMETRÍA CENTRAL

		Tipo	Imagen	Situación
Fenómenos	Fractales	Científico		Científica
	Moléculas Inorgánicas	Inorgánicos		Científica
	Arte	Estético o Técnico		Pública
	Rosetones Cíclicos	Estético o Técnico		Pública

3.1.5. Mapa Conceptual del Tema.



3.2. Análisis Cognitivo.

En este apartado nuestro propósito no es otro que el de centrarnos en el papel de qué espera el profesor y qué le sucede a nuestros alumnos. Intentaremos responder preguntas como: ¿Qué esperamos que aprendan nuestros alumnos? ¿Qué errores y dificultades tienen nuestros alumnos? ¿Qué puedo hacer para facilitarles el aprendizaje? Estas tres preguntas serán respondidas en cada uno de nuestros subapartados: Expectativas de Aprendizaje, Limitaciones de Aprendizaje y Oportunidades de Aprendizaje.

3.2.1. Expectativas de Aprendizaje.

Para comenzar, vamos a delimitar los focos de aprendizaje de nuestra Unidad. Si observamos nuestro mapa conceptual podemos diferenciar 5 focos diferentes:

1. Caracterización y Representación de Movimientos.
2. Los Movimientos Directos. Traslaciones y Giros.
3. Movimiento Inverso. La Simetría.
4. Caracterización de un movimiento por Simetrías.
5. Composición de Movimientos. Frisos, Mosaicos y Rosetones.

Aunque de nuestro mapa conceptual, hemos obtenido 5 focos, nuestro tema se va a centrar en el desarrollo de los 3 primeros focos, por lo que los focos 4 y 5 se abordarían en la siguiente Unidad.

A continuación, describiremos los objetivos asociados a cada foco mencionado:

Foco 1: Caracterización y Representación de Movimientos.

1. Reconocer si dos figuras dadas son congruentes.
2. Identificar y justificar el movimiento que transforma una figura congruente en otra.
3. Distinguir y Clasificar movimientos en el plano a través de su orientación.
4. Identificar los elementos invariantes en el plano de un movimiento.
5. Construir el transformado de una figura dada utilizando Geogebra (Cabri, Sketchpad...).

Foco 2: Los Movimientos Directos. Traslaciones y Giros.

6. Construir la figura trasladada de otra dada, definido su vector de traslación.
7. Razonar y justificar que sólo las rectas paralelas al vector de traslación son invariantes.
8. Encontrar el vector de traslación dada una figura y su transformada.
9. Construir la figura girada de otra dada, definido su centro y ángulo de giro.
10. Razonar y justificar que un giro de ángulo θ ($\theta \neq 180^\circ$) no deja ninguna recta invariante.
11. Obtener el centro y el ángulo de giro dada una figura y su transformada.

Foco 3: Movimiento Inverso. La Simetría.

12. Construir la figura simétrica a otra dada, definido su eje de simetría o su centro de simetría.
13. Identificar que el eje de simetría es la única recta invariante por una simetría axial.
14. Reconocer que todas las rectas que pasan por el centro de simetría son invariantes de una simetría central.
15. Dibujar el eje de simetría de dos figuras simétricas mediante regla y compás.
16. Determinar el centro de simetría de dos figuras simétricas
17. Resolver problemas de la vida cotidiana mediante el uso de la simetría e identificarla en diseños cotidianos, obras de arte y elementos de la naturaleza.

A continuación, vamos a mostrar unas tablas que muestran la relación de estos objetivos con las competencias que aparecen en el informe PISA 2006 que son y que contribuyen a adquirir:

- Pensar y Razonar (PR).
- Argumentar y Justificar (AJ).
- Comunicar (C).
- Modelizar (M).
- Resolución Problemas (RP).
- Representar (R).
- Utilización Lenguaje Simbólico (LS).
- Utilización Herramientas Tecnológicas (HT).

	PR	AJ	C	M	RP	R	LS	HT
1. Reconocer si dos figuras dadas son congruentes.	X					X		
2. Identificar y justificar el movimiento que transforma una figura congruente en otra.	X	X				X		
3. Distinguir y Clasificar movimientos en el plano a través de su orientación.	X	X				X	X	
4. Identificar y describir los elementos invariantes en el plano de un movimiento.	X		X			X	X	
5. Construir el transformado de una figura dada utilizando Geogebra (Cabri, Sketchpad...).						X		X

	PR	AJ	C	M	RP	R	LS	HT
6. Construir y describir la figura trasladada de otra dada, definido su vector de traslación.	X		X			X	X	
7. Razonar y justificar que sólo las rectas paralelas al vector de traslación son invariantes.	X	X				X		
8. Encontrar el vector de traslación dada una figura y su transformada.	X				X	X		
9. Construir y describir la figura girada de otra dada, definido su centro y ángulo de giro.	X		X			X	X	
10. Razonar y justificar que un giro de ángulo θ ($\theta \neq 180^\circ$) no deja ninguna recta invariante.	X	X				X		
11. Obtener el centro y el ángulo de giro dada una figura y su transformada.	X				X	X		

	PR	AJ	C	M	RP	R	LS	HT
12. Construir y describir la figura simétrica a otra dada, definido su eje de simetría o su centro de simetría	X		X			X	X	
13. Identificar que el eje de simetría es la única recta invariante por una simetría axial.	X	X				X		
14. Reconocer que todas las rectas que pasan por el centro de simetría son invariantes de una simetría central.	X	X				X		
15. Dibujar el eje de simetría de dos figuras simétricas mediante regla y compás.	X				X	X		
16. Determinar el centro de simetría de dos figuras simétricas.	X				X	X		
17. Resolver problemas de la vida cotidiana mediante el uso de la simetría e identificarla en diseños cotidianos, obras de arte y elementos de la naturaleza.			X	X	X	X		

Por lo que si hacemos una tabla que recoja el número de competencias que esperamos que nuestros alumnos alcancen a través de los objetivos, tenemos que:

	PR	AJ	C	M	RP	R	LS	HT
1. Caracterización y Representación de Movimientos.	4	2	1	0	0	5	2	1
2. Los Movimientos Directos. Traslaciones y Giros.	6	2	2	0	2	6	2	0
3. Movimiento Inverso. La Simetría.	5	2	2	1	3	6	1	0
TOTAL	15	6	5	1	5	17	5	1

Podemos observar como sobre todo sobresale la competencia de Representar, y es que como indicábamos al hablar de los Sistemas de Representación, la Representación Gráfica, iba a estar muy presente en todo nuestro tema, porque mayormente la idea es la de que los alumnos no aprendan lo que es un movimiento sino de que lo aprendan y sepan tanto dibujarlo como reconocerlo.

3.2.2. Limitaciones de Aprendizaje.

“Aunque no hay que caer en la tentación de considerar la enseñanza de las matemáticas como una actividad de detección y persecución de los errores de los estudiantes, sí es importante que los profesores conozcan cuáles son las dificultades de cada tema, las reacciones de los estudiantes ante ellas, y las formas como la mayoría de los estudiantes interpretan los conocimientos matemáticos, tanto las correctas como las erróneas.” (Jaime Pastor & Gutiérrez Rodríguez, 1996)

Pues bien, nuestra intención en este apartado es la de especificar, los errores y dificultades de nuestra unidad, que a continuación exponemos en la siguiente tabla con la notación de D para referirnos a una Dificultad y a E para referirnos a un error.

Los errores indicados, han sido extraídos del libro anteriormente mencionado, es decir, del Libro: “El grupo de las Isometrías del Plano” de Adela Jaime Pastor y Ángel Gutiérrez Rodríguez.

Dificultades:

- D.1. Descomponer una traslación oblicua en una horizontal y vertical.
- D.2. Comparar ángulos en diferentes posiciones.
- D.3. Identificar el ángulo de giro formado entre una figura y su transformada.
- D.4. Determinar el centro de giro de una figura y su homóloga.
- D.5. Diferenciar los tipos de simetría.
- D.6. Dibujar el eje de simetría de dos figuras cuando éste no es paralelo a ninguno de los ejes de coordenadas.

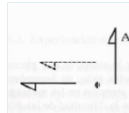
Errores:

E.1. Aceptar como movimiento una transformación que no conserva la forma o el tamaño.

E.2. Realizar el traslado de una figura tomando como referencia los extremos del vector de traslación.

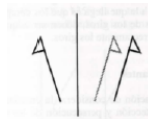


E.3. Realizar el giro de una figura sin tomar como referencia el centro de giro.

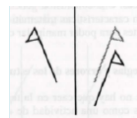


E.4. Confundir el sentido de giro cuando el ángulo es positivo o negativo.

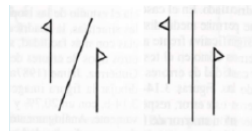
E.5. Construir el simétrico de una figura sin mantener la equidistancia al eje de simetría.



E.6. Dibujar el simétrico de una figura sin perpendicularidad respecto al eje del segmento que une un punto y su imagen.



E.7. Relacionar pares de figuras que no son simétricas mediante ejes de simetría.



Vamos a relacionar estas dificultades y errores con los objetivos mencionados:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
D1						X											
D2	X	X									X						
D3		X									X						
D4											X						
D5			X	X								X					
D6																X	
E1	X																
E2						X		X									
E3									X		X						
E4									X		X						
E5												X				X	
E6												X				X	
E7	X																

3.2.3. Oportunidades de Aprendizaje.

En este apartado voy a exponer dos tareas que pueden contribuir a controlar las dificultades y solventar los errores que nuestros alumnos cometen a la realización de esta Unidad. Estas tareas buscan conocer qué idea han concebido nuestros alumnos de la teoría presentada y cómo son capaces de desarrollarla al enfrentarlos a un ejercicio o problema.

TAREA 1:

Dibuja en tu cuaderno un cuadrado y señala un vértice A del mismo.

- Traza la figura que resulta de aplicar un giro sobre el cuadrado con centro en A y ángulo 45°*
- Traza la figura que resulta de aplicar un giro sobre el cuadrado con centro en A y ángulo -45°*
- ¿Qué tipo de isometría hay que aplicar a la figura que se obtiene con el primer giro para transformarla en la que se genera con el segundo giro?*

Análisis de la tarea:

Objetivos a Desarrollar:

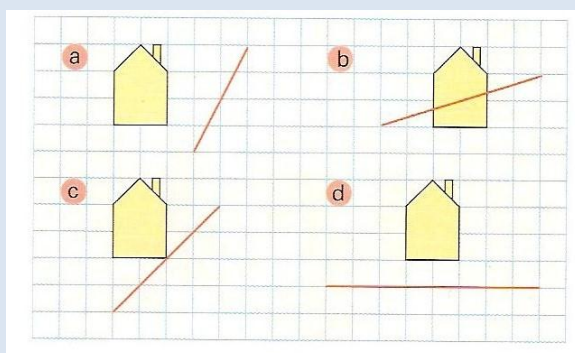
1. Reconocer si dos figuras dadas son congruentes.
9. Construir la figura girada de otra dada, definido su centro y ángulo de giro.
11. Obtener el centro y el ángulo de giro dada una figura y su transformada.

Errores y Dificultades que podemos encontrar:

- D.2. Comparar ángulos en diferentes posiciones.
 - D.3. Identificar el ángulo de giro formado entre una figura y su transformada.
 - D.4. Determinar el centro de giro de una figura y su homóloga.
- E.3. Realizar el giro de una figura sin tomar como referencia el centro de giro.
 - E.4. Confundir el sentido de giro cuando el ángulo es positivo o negativo.

TAREA 2:

Aplica a cada una de las siguientes figuras una simetría axial de eje la recta dibujada.



Análisis de la Tarea 2:

Objetivos a Desarrollar:

12. Construir la figura simétrica a otra dada, definido su eje de simetría o su centro de simetría

Errores y Dificultades que podemos encontrar:

- E.5. Construir el simétrico de una figura sin mantener la equidistancia al eje de simetría.
E.6. Realizar el simétrico de una figura sin perpendicularidad respecto al eje del segmento que une un punto y su imagen.

3.3. Análisis de Instrucción.

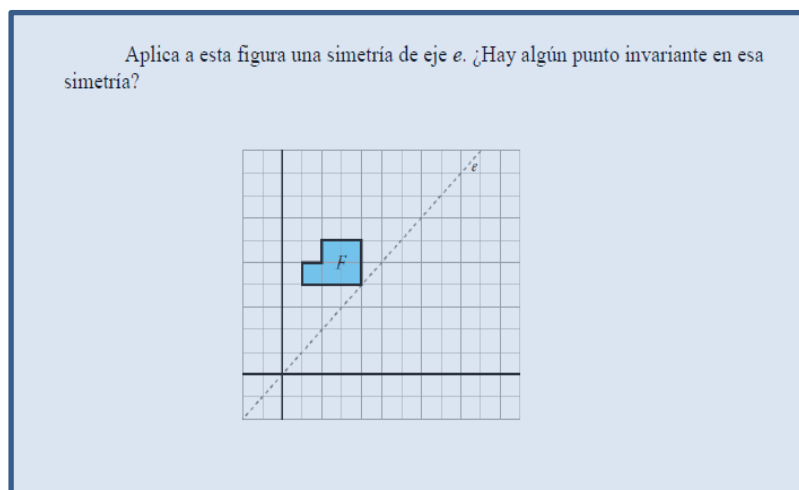
Nuestro propósito en esta parte es la de realizar un análisis de las tareas que vamos a proponer. Para ello, vamos a utilizar las variables de tarea que se utiliza en el estudio PISA, realizado por la OCDE.

De este documento podemos extraer tres variables de tarea:

1. Contenido Matemático: Cantidad, Espacio y Forma, Cambios y Relaciones e Incertidumbre.
2. El contexto: Personal, Educativo o Laboral, Público y Científico.
3. La complejidad: Reproducción, Conexión y Reflexión.

3.3.1. Contenido Matemático.

Al encuadrarse este tema dentro del área de geometría, nuestras tareas van a quedar encuadradas dentro del contenido de *Espacio y Forma* ya que hablamos de la geometría del plano. Pero no utiliza solo la geometría del plano, sino que vamos a estudiar de forma paralela, la misma teoría pero vista desde el plano cartesiano, por lo que haremos relaciones entre las distintas representaciones y representaremos de manera analítica nuestros dibujos geométricos, por lo que también obtendremos un contenido de *Cambios y Relaciones*.

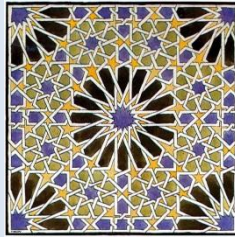


3.3.2. Contexto.

Como hemos mencionado anteriormente, hablaremos de Contextos Personales, Educativos o Laborales, Públicos y Científicos. Esta Unidad permite diseñar tareas cuyo contexto corresponda a cada uno de los mencionados y cuya descripción podemos encontrar en el estudio PISA 2003.

Ejemplo Contexto Público.

La figura que ves a continuación, aparece en la Alhambra de Granada.



- Encuentra el centro de giro.*
- Halla el orden de la figura.*
- ¿Cuál es el ángulo mínimo de coincidencia de figura?*

3.3.3. Complejidad de las Tareas.

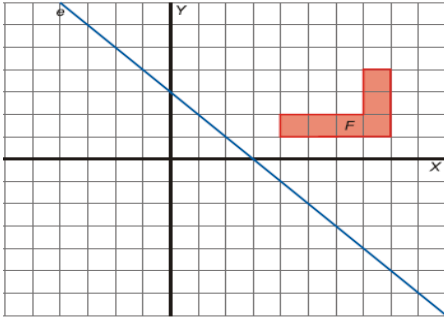
“Cada una de las competencias enunciadas admite diferentes niveles de profundidad; las tareas propuestas a los estudiantes plantean diferentes tipos y niveles de demandas cognitivas. La tercera variable establecida para caracterizar los ítems en la evaluación PISA es la relativa al nivel de complejidad cognitiva con que se requiere la actuación competente de los estudiantes.” (OCDE, 2003)

Estos tres niveles son:

- Reproducción:** Se engloban aquellos ejercicios que son relativamente familiares y que exigen básicamente la reiteración de los conocimientos practicados, como son las representaciones de hechos y problemas comunes, recuerdo de objetos y propiedades matemáticas familiares, reconocimiento de equivalencias, utilización de procesos rutinarios, aplicación de algoritmos, manejo de expresiones con símbolos y fórmulas familiares, o la realización de operaciones sencillas.
- Conexión:** Permite resolver problemas que no son simplemente rutinarios, pero que están situados en contextos familiares o cercanos. Plantean mayores exigencias para su interpretación y requieren establecer relaciones entre distintas representaciones de una misma situación, o bien enlazar diferentes aspectos con el fin de alcanzar una solución.
- Reflexión:** Este nivel de complejidad moviliza competencias que requieren cierta comprensión y reflexión por parte del alumno, creatividad para identificar conceptos o enlazar conocimientos de distintas procedencias. Las tareas de este nivel requieren competencias más complejas, implican un mayor número de elementos, exigen generalización y explicación o justificación de los resultados.

Reproducción:

Dibuja la figura que se obtiene al aplicarle a F una simetría de eje e .



Ejercicio Rutinario donde hay que aplicar algoritmos sencillos ya realizados con anterioridad

Conexión:

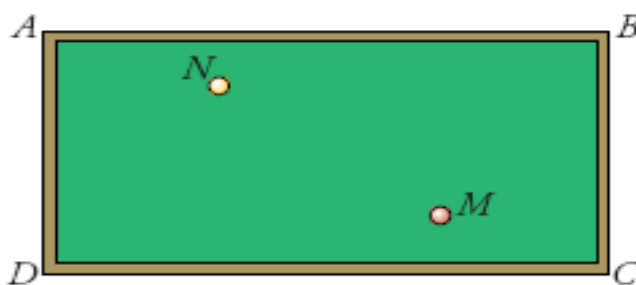
1. Consideramos la simetría S de eje la recta $y=x$. Dibuja los transformados mediante S de:
 - a) Los puntos $A=(3,1)$, $B=(4,0)$, $C=(5,5)$
 - b) El eje OX
 - c) La circunferencia de centro $(1,4)$ y radio 2

Requiere realizar un cambio dentro de los sistemas de representación pasando de la representación Verbal/Simbólica a la representación Gráfica.

Reflexión:

M y N son dos bolas de billar. Busca el punto en que M debe golpear la banda DC para chocar después con la bola N.

Busca también el punto de la banda AD hacia el que habría que lanzar M para chocar con N.



Necesita enlazar conceptos de diferentes procedencias, además de crear un modelo para poder resolver el problema.

3.3.4. Análisis de una tarea.

Para realizar el Análisis de una Tarea no solo se debe tener en cuenta lo visto hasta el momento, además del propio contenido, de los objetivos y competencias y de las variables de tarea que aparecen en PISA, debemos aclarar cuál es la función de la tarea y en qué momento se va a desarrollar:

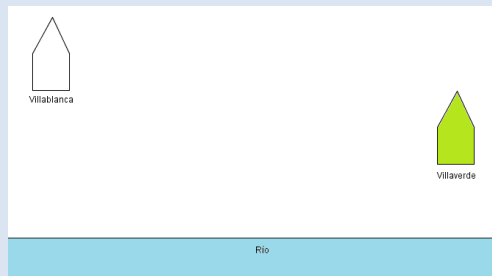
Fases: Fase de Inicio, de Desarrollo y de Cierre.

Función de la tarea:

- Motivación.
- Conocer Aprendizajes Previos.
- Exploratorias.
- Elaboración y Construcción de Significados.
- Descontextualización y Aplicación.
- Ejercitación.
- Síntesis.

Realizamos el análisis completo de la siguiente tarea:

Los pueblos de Villablanca y Villaverde se encuentran situados a la misma orilla de un tramo de un río. Si vivieras en uno de los pueblos y quisieras ir al otro pasando por el río. ¿Cuál es el camino más corto?



Elementos de la tarea	Meta	Encontrar el camino más corto.
	Función Tarea	Tarea de descontextualización y aplicación.
	Recursos / Operaciones	Lápiz y Papel. Regla. Compás. Dibujo. Realizar la simetría con respecto al río.
	Contenido	Simetría Axial. Espacio y Forma.
	Situación de Aprendizaje	Contexto Personal.
	Complejidad	Reflexión: El alumno tiene que desarrollar sus propios modelos y estrategias para resolver el problema.
	Contexto	Orden 1

Condiciones	Presentación	Instrucciones Verbales. Lenguaje Cotidiano. Presentación Gráfica.
	Comunicación (Cómo y Cuándo)	Esta tarea se realizará de forma individual. Al finalizar el tema, como ejercicio de ampliación.
	Agrupamiento de Alumnos	Individual
Objetivos	17. Resolver problemas de la vida cotidiana mediante el uso de la simetría e identificarla en diseños cotidianos, obras de arte y elementos de la naturaleza.	
Errores y Dificultades	D.5. Diferenciar los diferentes tipos de simetría. D.6. Dibujar el eje de simetría de dos figuras cuando éste no es paralelo a ninguno de los ejes de coordenadas. E.5. Construir el simétrico de una figura sin mantener la equidistancia al eje de simetría. E.6. Realizar el simétrico de una figura sin perpendicularidad respecto al eje del segmento que une un punto y su imagen.	

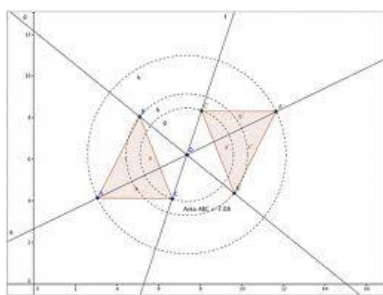
3.3.5. Materiales y Recursos.

Algunos materiales y recursos que podríamos utilizar en nuestra Unidad Didáctica son:

Programas Informáticos:

De todos es conocido, la gran importancia de los programas informáticos en la educación actual, sobre todo, en temas de geometría.

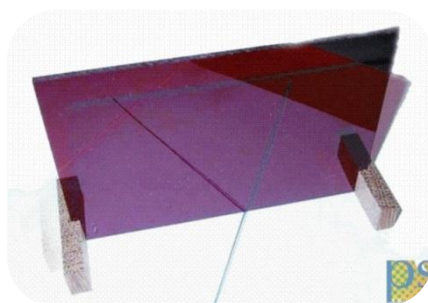
Para nuestra Unidad, el programa más utilizado será el Geogebra, que tiene la gran ventaja de ser un software libre y que nos permite no solo la visualización de los diferentes movimientos a través de sus comandos directos de giro, traslación y simetría, sino también, el estudio de propiedades de figuras simétricas.



Réflex:

El juego consta de un panel de plástico rojo y fichas patrón, estas fichas patrón son dibujos simétricos inacabados. El juego consiste en acabar la pieza ayudándose del

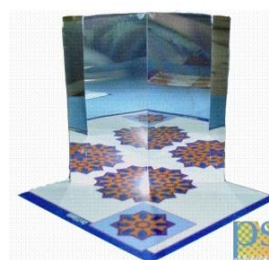
panel para simetrizar la pieza. Es útil para comprobar que el eje de simetría es la mediatriz del segmento que une puntos homólogos y la comprobación de la inversión de la figura, siendo éste un movimiento inverso. (Alsina, Burgués, & Fortuny, Materiales para construir la geometría, 1988)



Libro de Espejos:

Consta de dos espejos unidos por uno de sus lados, de forma que se pueden abrir y cerrar fácilmente.

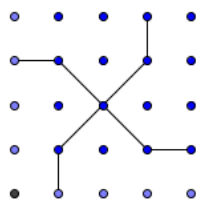
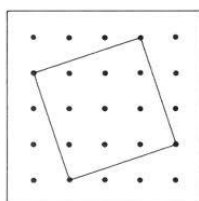
Con este material se pueden crear diversas tareas tales como: estudiar ejes de simetría, comprobar si una figura es simétrica, crear mosaicos...



Geoplanos:

Tablero de madera de forma cuadrada 25 x 25 cm² en el que se encuentran distribuidos 25 clavos de cabeza plana, clavados parcialmente formando una cuadrícula. Con unos elásticos de caucha es posible crear formas que nos permitirán entre otras cosas visualizar traslaciones, giros respecto a un punto y simetrías axiales.

Mediante combinaciones de estos geoplanos bien colocados, es posible teselar el plano.



4. Propuesta de Unidad Didáctica.

La Unidad Didáctica que expongo a continuación va a estar destinada a alumnos/as de 3º ESO.

Mi propósito es que en nuestra Unidad, quede reflejada la mayoría de la información obtenida al realizar el Análisis Didáctica, por lo que va a ser esencial, no solo darle a nuestros alumnos/as la teoría relativa a los Movimientos, sino además, que sepan identificarla en la vida real mediante la fenomenología y que sepan distinguir unos de otros a través de sus propiedades y su diferentes representaciones.

4.1. Objetivos de Etapa.

Según (Ministerio de Educación y Ciencias, 2007), la enseñanza de las Matemáticas en esta etapa tendrá como finalidad el desarrollo de las siguientes capacidades:

1. Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos o científicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.
2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.
3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.
4. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.
5. Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.
6. Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.
7. Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
8. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.
9. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas.

10. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.
11. Valorar las matemáticas como parte integrante de nuestra cultura, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual y aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad de género o la convivencia pacífica.

4.2. Contenidos Específicos de la Unidad Didáctica.

Para realizar nuestra unidad didáctica, vamos a especificar los contenidos más importantes o con una mayor relevancia para priorizar el aprendizaje y poder realizar una secuenciación de ejercicios lógica y concisa.

De los 3 focos expuestos al comienzo del análisis cognitivo, nos vamos a intentar centrar en los dos últimos, el de movimientos directos e indirectos ya que al ser una unidad que ya han visto, el primer foco puede considerarse como un recordatorio de lo visto en el curso de 1º ESO.

Los contenidos de mayor relevancia para esta unidad son:

Términos:

- Transformación: T
- Movimiento: M
- Movimiento Directo: M_d
- Movimiento Inverso: M_i
- Traslación: t_v
- Giro: G_θ
- Simetría: S
- Simetría Axial: S_a
- Simetría Central: S_c

Conceptos:

- Movimientos.
- Elementos invariantes de un movimiento.
- Tipos de movimientos: Identidad, Giros y Traslaciones.
- Simetría Axial.
- Eje de Simetría.
- Tipos de Simetría: Axial, Central y Radial.

Destrezas:

- Construir el trasladado de una figura.
- Construir el ángulo resultante dados otros dos.
- Realizar el giro de una figura respecto a un punto con un determinado ángulo.
- Construir el simétrico de una figura respecto a un eje o un punto.

Razonamientos:

- Identificar figuras congruentes.
- Utilizar las propiedades de los movimientos.
- Identificar elementos invariantes.

Estrategias:

- Usar programas geométricos como Geogebra, Sketchpad o Cabri para una mejor visualización de los elementos geométricos.
- Utilización de materiales y recursos manipulativos, como el libro de espejos, para obtener la transformada por una simetría axial.

4.3. Relación Unidad Didáctica – Competencias Básicas.

Competencia Matemática:

Domina los movimientos en el plano como medio para resolver problemas geométricos.

Comunicación Lingüística:

Sabe describir un objeto utilizando el lenguaje geométrico.

Conocimiento e Interacción con el mundo físico:

Utiliza los conceptos matemáticos del tema para describir un suceso del mundo físico.

Tratamiento de la información y la competencia digital:

Utiliza diferentes programas informáticos como Geogebra para la creación de movimientos.

Utiliza internet para la recopilación de información.

Cultural y Artística:

Crea elementos artísticos con los conocimientos adquiridos en esta unidad, dotándolos de belleza y armonía.

Aprender a Aprender:

Ampliar sus conocimientos sobre el arte, tanto actual como histórico, a través de la búsqueda de información.

Desarrollo de la autonomía e iniciativa personal:

Entre todas las formas de resolver un problema, selecciona una resolución en particular para obtener el resultado pedido.

4.4. Metodología.

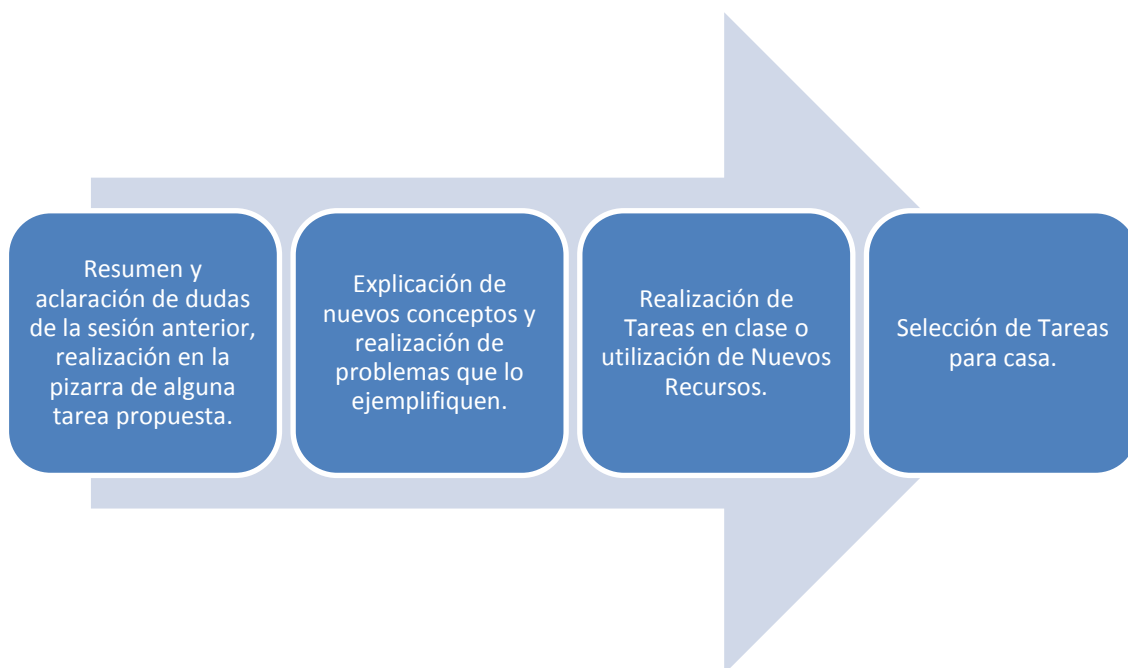
Nuestra intención a lo largo de la Unidad Didáctica va a ser la de que los alumnos intenten obtener la definición de un concepto o las características de éste a través de la intuición ya que este tema se presta a esta realización, por lo que la parte teórica va a suponer al menos un cuarto del tiempo de la clase para que los alumnos consigan este propósito.

La obtención de estos conceptos se hará siempre bajo un intento de motivación y de tareas de tipo de construcción de significados. Sobre todo para las de motivación, nuestra intención es dar a conocer que la Unidad que se va a desarrollar, no es un tema independiente de la vida real, si no que a través de la observación y del paso de los años, se buscó Modelizar estos fenómenos para su representación y su desarrollo.

Aunque hemos mencionado que durante la parte teórica nuestras tareas se basarán en tareas de motivación y de construcción de significados, el resto de la clase se dedicará a tareas de ejercitación y de aplicación, sin olvidar que ocasionalmente, introduciremos tareas de síntesis para que los alumnos sean capaces de relacionar cada uno de los conceptos que se van a utilizar durante el tema.

Un recurso que se va a intentar enseñar a los alumnos, es el programa Geogebra, con el que intentaremos que sean capaces de visualizar los conceptos dados a través de este programa para ayudarles en su formación.

El esquema general de una sesión sería el siguiente:



4.5. Organización de las tareas de la Unidad Didáctica.

Vamos a organizar las tareas en diferentes sesiones, a las que llamaremos de la siguiente forma:

- Sesión 1: Figuras Congruentes.
- Sesión 2: Movimientos Directos e Inversos.
- Sesión 3: Las Traslaciones.
- Sesión 4: Los giros.
- Sesión 5: La Simetría Axial.
- Sesión 6: La Simetría Central.
- Sesión 7: La Alhambra.
- Sesión 8: Evaluación.

Aunque las tareas se van a organizar en estas sesiones, se van a complementar con un cuestionario inicial. Como hemos mencionado anteriormente, parte de esta Unidad ya ha sido visto por los alumnos en el curso de 1º ESO, en el que se hace un estudio de los movimientos de forma básica por lo que nuestra intención con este cuestionario es conocer que recuerdan los alumnos y cómo actuar sobre todo en las primeras sesiones en las que mencionamos los primeros conceptos.

Aunque en un principio las clases van a parecer destinadas únicamente al conocimiento y adquisición de los nuevos conceptos, las tareas que se enviarían a casa y algunas de las experiencias van a ser problemas de la vida real que podamos solucionar o describir a partir de la utilización de Movimientos, por lo que además de conocer, intentamos motivar, por lo que el alumno se siente más cómodo en el momento de abordar el problema al poder visualizarlo mentalmente.

Además de todo lo mencionado, las tareas se van a intentar clasificar en las diferentes funciones que dimos como variable en el Análisis de Tareas, por lo que habrá una complicación gradual de los problemas hasta obtener problemas de Síntesis que abarquen todo nuestro tema y sirva de reflexión y motivación para la siguiente Unidad, que sería la de Composición de Movimientos.

4.6. Descripción de las Sesiones de la Unidad Didáctica.

Ya se ha mencionado en los apartados anteriores cuál va a ser la metodología que se va a seguir y en cuantas sesiones vamos a distribuir esta Unidad, por lo que pasamos a describir cada sesión individualmente, aunque hay que tener en cuenta que aunque esta Unidad se quiere distribuir en 8 sesiones, siempre se tendrá en cuenta las necesidades del alumno para la comprensión de los conceptos, por lo que he intentado que sea flexible a estas modificaciones.

Sesión 1: Figuras Congruentes.

En la primera sesión, la intención es la de motivar el tema, así que la metodología a seguir va a ser diferente a lo expuesto ya que primero comenzaremos realizando ejercicios que puedan motivar a los alumnos y a la vez, hacerles recordar los primeros conceptos vistos en cursos anteriores.

Contenido y Objetivos de la Sesión:

Términos: Transformación y Movimiento.

Conceptos: Figuras Congruentes y Movimientos.

Destrezas:

Obtener relaciones entre figuras del plano (son de igual tamaño y forma,...)
Construir el simétrico de una figura respecto a un eje o un punto.

Razonamientos:

Identificar figuras congruentes.

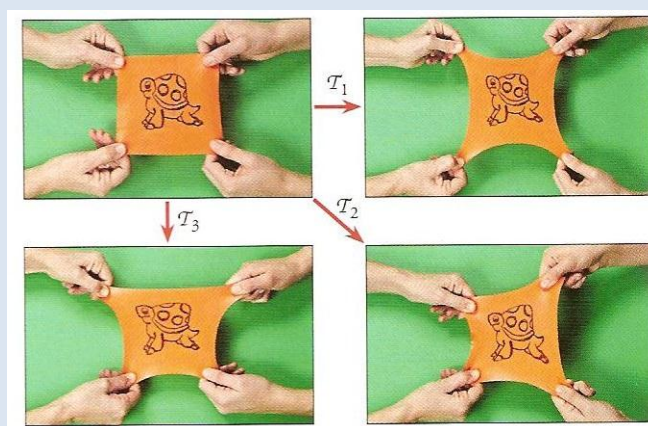
Sistemas de Representación: Gráfico y Simbólico.

Objetivos a Desarrollar:

1. Reconocer si dos figuras son congruentes.

Secuencia de Tareas:

Tarea 1: El Globo Transformador (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 10 minutos)



Recorta un globo en forma de cuadrado y dibuja una imagen. Deforma el globo como en las imágenes anteriores. ¿La imagen cambia de tamaño? ¿Y de forma?

Material o Recurso necesario: Globo, Tijeras, Rotulador.

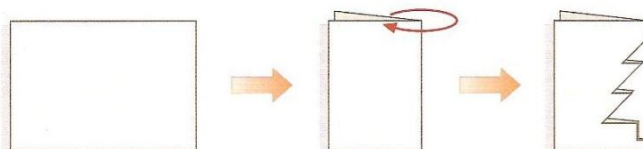
Gestión del Aula: Este trabajo se realizará de forma individual tratando de que los alumnos experimenten con algo tan sencillo como un globo para llegar al concepto de transformación geométrica.

Explicación: Esta tarea es la inicial e intento introducir el concepto de transformación geométrica, a la vez que la de figura congruente. La tarea es sencilla y sin dificultad, pero nos sirve de introducción para el siguiente ejercicio.

Tarea 2: Recortes de papel. (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 10 minutos).

Para hacer estas actividades necesitas papel y tijeras.

1. Dobla una hoja de papel por la mitad. En la arista del pliegue, recorta una figura que no sea simétrica y desdobra el papel. Compara la figura original y la figura resultante:



2. Dobla ahora una hoja de papel dos veces y haz lo mismo. ¿Qué relación hay entre las figuras que se obtienen?



Material o Recurso necesario: Papel y Tijeras.

Gestión del Aula: De nuevo esta tarea se realizará de forma individual.

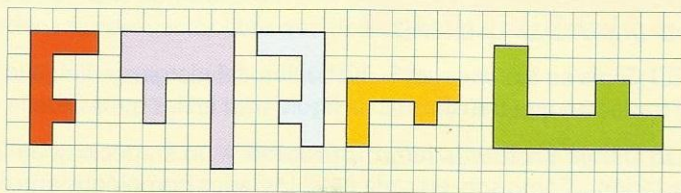
Explicación: En la imagen tenemos dos ejemplos pero la intención de esta tarea es que cada alumno realice su propio diseño y que al acabar la tarea se pueda contemplar, que todas las composiciones tienen simetrías, traslaciones o giros dependiendo de cómo sean los dobleces que se le hagan en primera instancia al papel.

Nota:

Con estos dos ejercicios hemos intentado que capten la idea de Transformación Geométrica y de Figuras Congruentes. La primera la podemos ver apreciar claramente en la primera tarea y la segunda realizando una combinación de las dos anteriores, ya que en la primera tarea tenemos transformaciones que hacen que la original y la transformada no sean congruentes pero si lo tenemos en la segunda tarea cada vez que tenemos una figura y el primer desdoble, la figura del primer desdoble con el del segundo, etc., por lo que en estos momentos se comenzaría con las explicaciones de los conceptos mencionados, pudiendo considerar a estas tareas como tareas de motivación, de conocimiento de aprendizajes previos y de construcción de significados.

Tarea 3: La Letra F (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 10 minutos).

A la figura roja se le han aplicado transformaciones geométricas para obtener las demás. ¿Cuáles son isometrías? ¿Y semejanzas?



Material o Recurso: Lápiz y Papel.

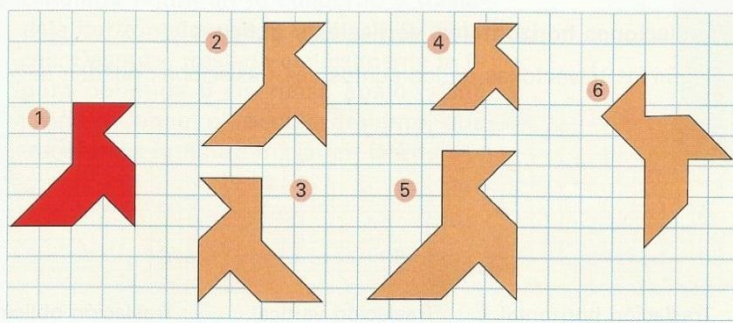
Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual.

Explicación: La tarea se realizará tras la explicación de la definición de Movimiento, por lo que pasaría a ser una tarea de aplicación. Esta tarea va a dar lugar a la primera toma de contacto con la diferenciación de movimientos a través de sus características.

Para poder describir con más detalle en la siguiente sesión las ideas de Movimiento Directo e Inverso se propondría para casa el siguiente ejercicio:

Tarea 4: Pajaritas transformadas (Tarea para casa, Duración Aproximada: 15 minutos).

Describe con palabras las transformaciones que ha sufrido la imagen:



Material o Recurso: Lápiz y Papel.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual para al día siguiente debatir que ha obtenido cada uno.

Explicación: Como hemos indicado en la Gestión del Aula, la intención es la de realizar un debate en la siguiente sesión para que entre todos los alumnos sean capaces de describir como se han obtenido las figuras transformadas y así poder introducir los conceptos de Movimiento Directo e Inverso y los primeros detalles de cada uno de estos movimientos para poder diferenciarlos.

Tarea 5: La Alhambra (Tarea para casa, Duración Aproximada: - minutos).

En una visita a la Alhambra de Granada, Escher (1898 – 1972) quedó fascinado por los mosaicos árabes del palacio por lo que decidió utilizar su estructura geométrica para realizar la mayor parte de su obra. Escher partía de un único dibujo a lápiz con el cual recubría todo el plano de manera armónica utilizando Traslaciones, Giros y Simetrías.

Investiga sobre:

1. *Historia de la Alhambra.*
2. *Mosaicos de la Alhambra.*
3. *Creación de algunas piezas mínimas como el hueso nazarí.*
4. *Maurits Cornelius Escher.*

Material o Recurso: Todas las fuentes de información disponibles y Recursos que puedan utilizar como Internet o Geogebra para la creación de piezas mínimas o de mosaicos.

Gestión del Aula: La tarea se realizará en grupos que se agruparán entre 3 – 5 alumnos y tendrán hasta la última sesión para entregarlo, nuestra intención es el autoaprendizaje de la historia de un monumento como la Alhambra que permite visualizar con claridad cada uno de los conceptos que en esta Unidad se explican. Dependiendo del tiempo del que se disponga se les puede proponer a los alumnos que expongan en clase su trabajo.

Sesión 2: Movimientos Directos e Inversos

Esta sesión está destinada a que los alumnos consigan diferenciar entre movimientos directos e inversos. Para conseguirlo se corregiría el ejercicio propuesto con anterioridad en el que los alumnos tenían que describir con sus propias palabras como se había realizado una transformación en particular, que permite comenzar a dar pequeños detalles de cada uno de los movimientos que se van a estudiar en esta lección, que es el segundo objetivo de la sesión.

Posteriormente, se explicaría el concepto de elemento invariante ya que si se quieren obtener las propiedades de cada uno de los movimientos, éstos serán necesarios para describirlas.

Finalmente, se realizarían nuevos ejercicios para afianzar lo visto hasta el momento, antes de pasar a describir con detalle cada movimiento, por lo que la secuencia a seguir en esta sesión, es la descrita con anterioridad en la metodología.

Contenido y Objetivos de la Sesión:

Términos: Punto, Vértice, Transformación, Movimiento, Movimiento Directo, Movimiento Inverso, Traslación, Giro y Simetría.

Conceptos: Figuras Congruentes. Movimientos. Elementos invariantes de un movimiento. Tipos de movimientos: Identidad, Giros y Traslaciones.

Destrezas:

Obtener relaciones entre figuras del plano (son de igual tamaño y forma,...)

Razonamientos:

Identificar figuras congruentes.

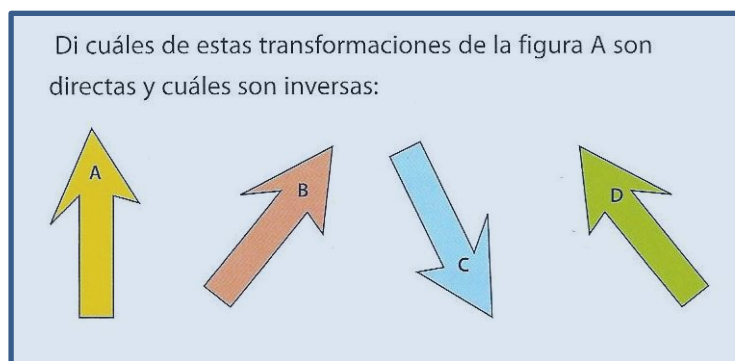
Sistemas de Representación: Simbólico, Verbal, Gráfico y Manipulativo.

Objetivos a Desarrollar:

1. Reconocer si dos figuras dadas son congruentes.
2. Identificar y justificar el movimiento que transforma una figura congruente en otra.
3. Distinguir y Clasificar movimientos en el plano a través de su orientación.
4. Identificar los elementos invariantes en el plano de un movimiento.
5. Construir el transformado de una figura dada utilizando Geogebra (Cabri, Sketchpad...).

Secuencia de Tareas:

Tarea 1: Direcciones de Flecha (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 10 minutos).



Material o Recurso: Lápiz y Papel.

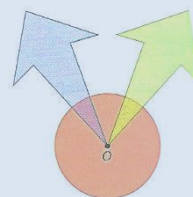
Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual.

Explicación: Esta tarea es simple y solo pide que se diga cuáles son directas y cuáles inversas con su justificación pero la tarea lleva otra idea más. Las figuras no se obtienen directamente bajo un único movimiento, sobre todo si nos fijamos en la figura A y la D, en la que la figura D ha sufrido una transformación inversa pero no hay un eje de simetría colocadas de esa forma, por lo que la idea es que se utilice la definición propia y sepan distinguir fijándose en los ángulos de qué tipo de transformación estamos hablando.

Tarea 2: El Centro Invariante (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 10 minutos).

Las figuras verde y azul del margen tienen la misma forma y el mismo tamaño.
Hay un movimiento que transforma la figura azul en la verde.

- ¿Qué movimiento hace que una de ellas se transforme en la otra?
- ¿Qué ocurre si aplicamos dicho movimiento al círculo? En ese movimiento, ¿hay algún punto que no varía? ¿Cuántos? ¿Es un punto cualquiera el que no varía?



Material o Recurso: Lápiz y Papel.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual.

Explicación: Con esta tarea tratamos de comprobar si han comprendido en primer lugar la idea de elemento invariante y en segundo lugar, si han captado la idea de qué tipo de movimientos podemos encontrar y cómo reconocerlos al ver la transformación. Al finalizar este ejercicio los alumnos ya deben conocer la idea de transformación, la de figuras congruentes, de movimiento, la diferencia entre movimientos directos e inversos, qué movimientos se van a estudiar en este tema y como diferenciarlos con lo que se ha visto hasta el momento y el concepto de elemento invariante, por lo que siguiente que se va a realizar es pasar a caracterizar cada uno de ellos.

Tarea 3: Representación Cartesiana. (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 15 minutos).

Di si hay una transformación entre los siguientes pares de figuras, si hay un movimiento, en caso de que sea un movimiento si es inverso o directo y que tipo de movimiento es: (Realizar con Geogebra):

- $A(-3,1), B(-3,3), C(-2,2)$ con $A'(0,1), B'(0,3), C'(1,2)$
- $A(-3,1), B(-3,3), C(-2,2)$ con $A'(1,-2), B'(1,5), C'(4,2)$
- $A(-3,1), B(-3,3), C(-2,2)$ con $A'(3,1), B'(3,3), C'(2,2)$
- $A(-3,1), B(-3,3), C(-2,2)$ con $A'(1,3), B'(3,3), C'(2,2)$

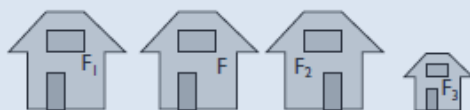
Material o Recurso: Programa Informático Geogebra.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual.

Explicación: Con esta tarea tratamos de afianzar los conceptos vistos hasta el momento, trabajar con un recurso no utilizado por ahora durante la Unidad como es Geogebra y hacer un pequeño repaso de representación por coordenadas, que a partir de este momento será clave ya que combinaremos ejercicios que se realicen en el plano Euclídeo, con otros en el plano Cartesiano.

Tarea 4: La Casa Transformada (Tarea para Casa, Duración Aproximada: 10 minutos).

De la figura F se obtienen las figuras F_1 , F_2 y F_3 mediante una transformación. Di cuáles son movimientos o isometrías y clasificalos.



Material o Recurso: Lápiz y Papel.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual en casa.

Explicación: Esta tarea es una pregunta que abarca todo lo visto hasta el momento aplicado a la transformación de una casa, que es un objeto muy cotidiano. Su función es la de afianzar conceptos.

Tarea 5: El Trapecio Transformado (Tarea para Casa, Duración Aproximada: 10 minutos).

De la figura F se obtienen las figuras F_1 , F_2 y F_3 mediante un movimiento. Di qué tipo de movimientos son e indica cuáles son directos e inversos.



Material o Recurso: Lápiz y Papel.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual en casa.

Explicación: La finalidad de esta tarea es la misma que la de la anterior, por lo que seguimos insistiendo para que estos conceptos queden claros.

Sesión 3: Las traslaciones.

Esta sesión se basa principalmente en conocer el concepto de traslación y de vector de traslación. De esta forma, la teoría correspondiente a esta sesión sería la de definir un vector, operar con vectores (suma de vectores y descomposición vertical y horizontal), Concepto de traslación y construcción del trasladado. Definir el vector de traslación dado una figura y su trasladado. La metodología que se va a seguir en la sesión es la mencionada con anterioridad, en la que se corregirá un ejercicio propuesto, se dará la teoría correspondiente y se realizarán ejercicios para practicar la teoría. Finalmente, se propondrán ejercicios para realizar en casa.

Contenido y Objetivos de la Sesión:

Términos: Punto, Vértice, Vector, Movimiento Directo y Traslación.

Conceptos: Movimientos. Elementos invariantes de un movimiento. Tipos de movimientos: Identidad, Giros, Traslaciones y Simetrías.

Destrezas:

Obtener relaciones entre figuras del plano (son de igual tamaño y forma,...)
Construir el vector resultante de otros dos.
Construir el trasladado de una figura.

Razonamientos:

Utilizar las propiedades de los movimientos.
Identificar elementos invariantes.

Sistemas de Representación: Simbólico, Verbal, Gráfico.

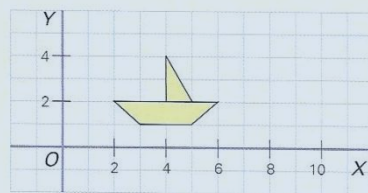
Objetivos a Desarrollar:

6. Construir la figura trasladada de otra dada, definido su vector de traslación.
7. Razonar y justificar que sólo las rectas paralelas al vector de traslación son invariantes.
8. Encontrar el vector de traslación dada una figura y su transformada.

Secuencia de Tareas:

Tarea 1: Barco de Papel (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 5 minutos).

Traslada la siguiente figura según el vector $\vec{v} = (4, -3)$.



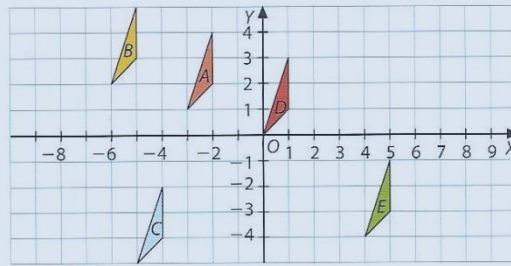
Material o Recurso: Lápiz y Papel.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual.

Explicación: Tras explicar todos los conceptos referentes a las traslaciones, este ejercicio es muy básico por lo que nos permite que practiquen el concepto de traslación, por lo que es un ejercicio de ejercitación. En la siguiente tarea buscaremos lo contrario, es decir, dada la traslación, encontrar el vector de traslación.

Tarea 2: Triángulos Coloridos (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 10 minutos).

Indica las coordenadas de los vectores que transforman el triángulo A en B, C, D y E, respectivamente.



Material o Recurso: Lápiz y Papel.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual.

Explicación: Esta tarea, al igual que la anterior, es de ejercitación ya que intentamos poner en práctica lo visto hasta el momento en la parte teórica. El orden de estas dos tareas viene dado en que al comenzar la sesión, se intentará que los alumnos comprendan el concepto de traslación y trabajen con él para a continuación, que dada una figura y su trasladada, sea capaz de dar el vector de traslación, por lo que ese orden lo seguimos manteniendo en la realización de las tareas de clase.

Tarea 3: Ensanche de Barcelona (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 10 minutos).

El plano corresponde al Ensanche de Barcelona.



Indica los componentes de los vectores que permiten hacer estos desplazamientos:

- a) De A a B b) De B a A c) De B a D
- d) De C a E e) De E a B f) De D a C

Una unidad de los ejes mide 133,3 cm. Calcula las distancias anteriores.

Material o Recurso: Lápiz y Papel.

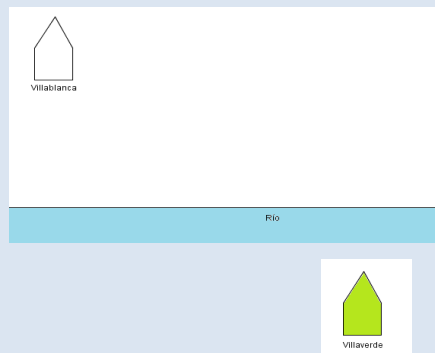
Gestión del Aula: Esta tarea se realizará en grupos de 2 alumnos para una mayor agilidad de realización.

Explicación: Esta tarea es una mezcla de las 2 anteriores, con la diferencia de que intentamos aplicarla a un caso real como es el ensanche de Barcelona para que vean cómo se puede aplicar en un caso de la vida real. Otro interés de esta tarea además de la ambientación, es las formas diferentes de resolución del ejercicio ya que pueden hacerlo utilizando las coordenadas de los puntos y calcular el vector utilizando los puntos extremo y origen (en caso de A y B, el vector sería $B - A$), o utilizando la descomposición vertical y horizontal (en caso de A y B, 3 unidades horizontales, 2

verticales), por lo que es otra idea de que la tarea se realice por parejas, para conocer qué método es el elegido para su realización, ya que en parte, permite la discusión entre los alumnos para una elección en concreto.

Tarea 4: El Puente de VillaBlanca 1 (Tarea para Casa, Duración Aproximada: 15 minutos).

Se quiere construir un puente, entre Villablanca y Villaverde de tal forma que la distancia entre los pueblos se la menor. ¿En qué punto del río se tendría que construir el puente si éste tiene que ser perpendicular al cauce del Río?

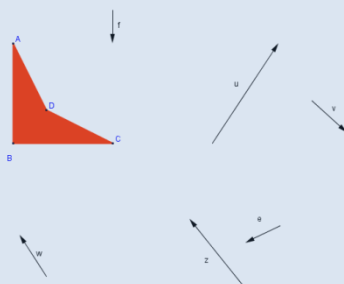


Material o Recurso: Lápiz y Papel.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual en casa.

Explicación: Esta tarea es un problema de descontextualización ya que se trata de un problema que no menciona como se debe superar y por tanto la forma de resolverlo de cada alumno puede ser distinta. La intención, es que cada alumno modelice el problema y trate de resolverlo por su propia cuenta para que en la siguiente clase, se ponga en común la forma de realizarlo de los alumnos y se explique para aquellos alumnos que no haya conseguido resolverlo.

Tarea 5: Traslaciones Locas (Tarea para Casa, Duración Aproximada: 15 minutos).



Material o Recurso: Lápiz, Papel, Regla y Compás.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual en casa.

Explicación: Esta tarea es un ejemplo de traslación sin coordenadas. Nuestra intención dentro de la Unidad, es que se realicen tareas tanto dentro del Plano Cartesiano como del Plano Euclídeo para mostrar las diferentes formas de actuar dependiendo de cómo se enuncie un ejercicio. Esta tarea es de ejercitación y se comprobará en la siguiente sesión la realización por parte de los alumnos de la tarea para su corrección en el caso de que los alumnos hayan tenido dificultades o errores de concepto.

Sesión 4: Los Giros.

Esta sesión tiene como objetivo que los alumnos conozcan la teoría relacionada con los Giros, es decir, como realizar el giro de una figura, encontrar el centro de giro de una figura y su transformada, conocer si una figura tiene centro de giro y en caso afirmativo, hallar su orden y aplicar esta teoría para la resolución de problemas cotidianos y para creaciones artísticas. La metodología que se va a seguir es la misma que hasta el momento aunque en esta ocasión, se propondrán más tareas para casa que en anteriores sesiones, las cuales varias necesitan reflexión por parte del alumno.

Contenido y Objetivos de la Sesión:

Términos: Punto, Vértice, Ángulo, Centro, Radio, Transformación, Movimiento Directo y Giro.

Conceptos: Movimientos. Elementos invariantes de un movimiento. Tipos de movimientos: Identidad, Giros, Traslaciones y Simetrías.

Destrezas:

Obtener relaciones entre figuras del plano (son de igual tamaño y forma,...)

Construir el ángulo resultante dados otros dos.

Realizar el giro de una figura respecto a un punto con un determinado ángulo.

Razonamientos:

Utilizar las propiedades de los movimientos.

Identificar elementos invariantes.

Sistemas de Representación: Simbólico, Verbal, Gráfico y Manipulativo.

Objetivos a Desarrollar:

9. Construir la figura girada de otra dada, definido su centro y ángulo de giro.
10. Razonar y justificar que un giro de ángulo θ no deja ninguna recta invariante.
11. Obtener el centro y el ángulo de giro dada una figura y su transformada.

Secuencia de Tareas:

Tarea 1: Giros Rápidos (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 10 minutos).

Copia y aplica a cada figura el giro que se indica:

a) $G_{O,-40^\circ}$

O

c) $G_{O,30^\circ}$

O

b) $G_{O,120^\circ}$

O

d) $G_{O,-45^\circ}$

O

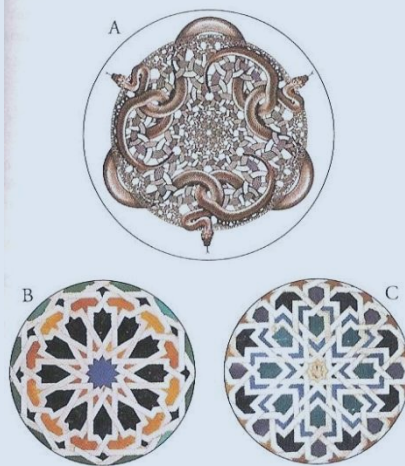
Material o Recurso: Lápiz, Papel, Regla y Compás.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual.

Explicación: Esta tarea es de ejercitación de la tarea y sería la primera toma de contacto de los alumnos con la nueva teoría sobre giros. La tarea es sencilla y solo tienen que aplicar el concepto y las propiedades. Además, el ejercicio nos permite realizar el giro en los dos sentidos indicando algunos con un número negativo y otros con uno positivo. Tras la primera toma de contacto, la intención es que los alumnos se familiaricen con la idea de centro de giro, por lo que las tareas que seguirían a ésta, serían las dos siguientes.

Tarea 2: Centro de Giro en Rosetones. (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 10 minutos).

Las figuras siguientes tienen centro de giro. Explica por qué, halla el orden de cada uno y calcula el ángulo mínimo de coincidencia mediante giro.



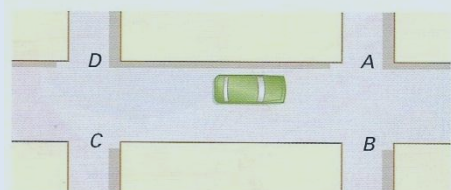
Material o Recurso: Lápiz, Papel, Regla.

Gestión del Aula: Gran Grupo: Toda la clase.

Explicación: Esta tarea será realizada en conjunto por toda la clase. Con este ejercicio se intenta motivar la entrada de los Rosetones, que serán estudiados en el siguiente tema pero muy relacionados con esta teoría. Además, con este ejercicio se intenta introducir el concepto de orden de giro, concepto que en el siguiente tema también sería utilizado para explicar la simetría radial. Finalmente, esta tarea por lo explicado anteriormente se puede considerar tanto una tarea de aplicación a elementos artísticos de la vida real y como ejercicio de construcción de significados.

Tarea 3: La Gran Manzana. (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 5 minutos).

Indica el signo de los ángulos de giro que el conductor dará al volante en estas situaciones:



- a) Para ir a A y a B hacia delante.
- b) Para ir a C y a D marcha atrás.

Material o Recurso: Lápiz, Papel.

Gestión del Aula: Gran Grupo.

Explicación: Con la realización de esta tarea se intenta controlar si los alumnos tienen dificultades en el momento de hablar del sentido de giro. Este es un error bastante frecuente entre los alumnos por lo que nos sirve de modelo para intentar controlarlos.

Tarea 4: Giros Plano Cartesiano. (Tarea para casa, Duración Aproximada: 15 minutos).

Dibuja en unos ejes de coordenadas las figuras cuyos vértices consecutivos se dan en cada apartado. Después aplica el giro indicado y señala las coordenadas de los vértices homólogos.

- a) $A(1, 3)$, $B(2, 3)$, $C(2, 0,5)$, $D(3, 0,5)$, $E(3, 1)$ y $F(1, 1)$. Giro de 90° de ángulo y centro en $(0, 0)$.
- b) $A(2, 3)$, $B(2, 1)$ y $C(1, 1)$. Giro de 270° de ángulo y centro en el origen de coordenadas.
- c) $A(1, -1)$, $B(2, -1)$, $C(3, 3)$ y $D(1, -2)$. Giro de 180° de ángulo y centro en el origen de coordenadas.
- d) $A(2, 5)$, $B(1, 0)$ y $C(-2, -4)$. Giro de -90° de ángulo y centro en el origen de coordenadas.

Material o Recurso: Lápiz, Papel, Regla, Compás y Geogebra.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual en casa.

Explicación: Esta tarea trata de hacer trabajar a los alumnos con los giros dentro del plano cartesiano, al igual que se había realizado con las traslaciones. Se les pedirá a los alumnos que comprueben el resultado realizándolo con el programa Geogebra para que practiquen con el comando correspondiente.

Tarea 5: Reloj. (Tarea para casa, Duración Aproximada: - minutos).

Observa un reloj:

- a) Cuando transcurren 20 minutos, ¿de cuántos grados es el ángulo de giro que recorre la aguja de los minutos? ¿Y la de las horas?
- b) ¿De cuántos grados es el giro que realiza la aguja de los minutos en 1 hora y media?

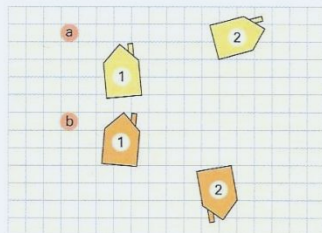
Material o Recurso: Lápiz, Papel y Reloj.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual.

Explicación: Esta tarea trata de hacer que los alumnos utilicen la teoría de giros para explicar el funcionamiento de un reloj, un material que estamos familiarizados a utilizar pero difícil de asociar a esta teoría hasta que se comienza a hablar de giro en sentido horario o antihorario. Esta tarea tiene como objetivo principal el hecho de que aprendan en qué sentido se debe realizar un giro cuando el ángulo de giro es positivo o negativo.

Tarea 6: Centro de Giro entre Casas. (Tarea para Casa, Duración Aproximada: 15 minutos).

En cada caso, determina gráficamente el centro de giro que pasa de la figura 1 a la figura 2.



Material o Recurso: Lápiz, Papel, Regla y Compás.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual en casa.

Explicación: Hasta el momento hemos hablado de aplicar un giro a una figura, de que los alumnos interioricen el criterio del sentido giro, de encontrar el centro de giro y el orden de giro de una figura pero para terminar con esta lección, queda hablar de encontrar el centro de giro de una figura y su transformada por un giro. Este ejercicio busca la finalidad de que aprendan a realizar este tipo de tareas que para muchos alumnos puede resultar tediosa y con dificultad. Esta tarea no se ha realizado en clase con la intención de que sean los propios alumnos lo que a partir de la teoría dada, sean capaces de realizarlos, desde el razonamiento y los procedimientos dados hasta el momento.

Sesión 5: La Simetría Axial.

Esta sesión está dirigida al conocimiento de la Simetría Axial. Al igual que ocurrió con la primera sesión, la intención es la de que aprendan esta teoría a partir de la experimentación, por lo que utilizaremos recursos visuales como imágenes y recursos

Materiales, como es el Libro de Espejos. Tras la motivación la clase si seguiría la metodología prevista explicándose la teoría para posteriormente practicarlo todo a partir de nuevas tareas que puedan resultar interesantes al alumno.

Contenido y Objetivos de la Sesión:

Términos: Punto, Recta, Vértice, Eje de Simetría, Transformación, Movimiento Inverso, Simetría y Simetría Axial.

Conceptos: Movimientos. Elementos invariantes de un movimiento. Tipos de movimientos: Identidad, Giros, Traslaciones y Simetrías. Simetría Axial. Eje de Simetría. Tipos de Simetría: Axial, Central y Radial.

Destrezas:

Obtener relaciones entre figuras del plano (son de igual tamaño y forma,...)
Construir el simétrico de una figura respecto a un eje o un punto.

Razonamientos:

Utilizar las propiedades de los movimientos.
Identificar elementos invariantes.

Sistemas de Representación: Simbólico, Verbal, Gráfico y Manipulativo.

Objetivos a Desarrollar:

12. Construir la figura simétrica a otra dada, definido su eje de simetría o su centro de simetría.
13. Identificar que el eje de simetría es la única recta invariante por una simetría axial.
14. Dibujar el eje de simetría de dos figuras simétricas mediante regla y compás.
17. Resolver problemas de la vida cotidiana mediante el uso de la simetría e identificarla en diseños cotidianos, obras de arte y elementos de la naturaleza.

Secuencia de Tareas:

Tarea 1: Simetría en el agua (Tarea de Motivación, Duración Aproximada: - minutos).



“El Taj Mahal se encuentra en la India y por su diseño y belleza es considerado una maravilla de la arquitectura, y una maravilla del mundo moderno. ¿Has observado cómo se refleja en el agua?”

Cuando el agua está tranquila, refleja las imágenes de los objetos y seres como si fuera un espejo. Veamos ahora algunas imágenes más”



*El efecto que se produce en el agua, vamos a llamarle simetría axial y la línea en la que se produce el reflejo la llamaremos eje de simetría.
Coge ahora una foto carnet tuya y coloca un libro de espejos por la mitad de la foto, verás que la imagen se refleja, ¿Es tu cara simétrica?*

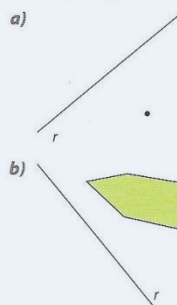
Material o Recurso: Imágenes y Libro de Espejos.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma grupal toda la clase.

Explicación: Esta tarea a diferencia de las sesiones anteriores, aparecerá al comienzo de ésta, ya que su mayor intención es la de la motivación de los alumnos. En un primero intento se intenta que capten el concepto de simetría a partir de unas imágenes de la vida real cuya duración aproximada se estima de unos 5 minutos, ya que la pregunta sería que al visualizarlo pudieran interpretar este concepto como reflexión e intuir el concepto de eje de simetría. La segunda parte relacionada con el libro de espejos se hará durante el resto de la sesión ya que es el docente el que lleva el recurso a clase para que sea utilizado por los alumnos. La idea es que un alumno pruebe el libro de espejos con su fotografía y con la de su compañero y que cuando acaben se lo cedan a sus compañeros para que puedan probarlo, así que mientras la clase avanza, diferentes alumnos tendrán en sus manos el Libro de Espejos.

Tarea 2: Punto y Flecha (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 10 minutos).

Copia y aplica en cada caso la simetría de eje r :



Material o Recurso: Lápiz, Papel, Regla y Compás.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual.

Explicación: Esta tarea tiene como objetivo que realicen una simetría axial dada una figura y un eje de simetría. La idea es que practiquen la teoría que se acaba de explicar para que interioricen el procedimiento a seguir. La tarea es sencilla pero se dará tiempo a aquellos alumnos que tengan más dificultades.

Tarea 3: Simetría de Coordenadas (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 5 minutos).

Dibuja unos ejes de coordenadas y la recta r , que pasa por los puntos $(1, 0)$ y $(0, -1)$. Marca los puntos $A(1, 3)$, $B(3, 4)$, $C(4, 3)$, $D(3, 0)$, $E(-2, -2)$, $F(0, 0)$ y $G(-3, 2)$ y halla sus simétricos respecto de la recta r . Escribe sus coordenadas.

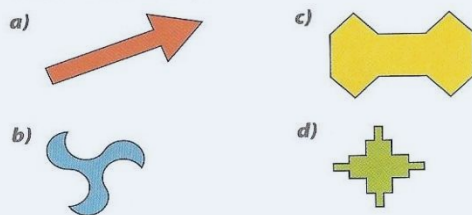
Material o Recurso: Programa Geogebra.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual.

Explicación: Esta tarea trata de mostrar las simetrías en el Plano Cartesiano tras haber realizado antes una simetría en el plano Euclídeo y así mostrar las dos modalidades de ejercicios tipo que se emplearán posteriormente para la resolución de problemas y la creación de diseños artísticos. Como aunque sea en el plano Cartesiano, el procedimiento a seguir es el mismo, esta tarea se pedirá que se realice en Geogebra para así aprovechar además, que los ordenadores del aula están encendidos para la Tarea 1.

Tarea 4: Ejes de Simetría (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 10 minutos).

Copia en tu cuaderno y traza, si existen, los ejes de simetría de estas figuras:



Material o Recurso: Lápiz, Papel y Regla.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará en Gran Grupo.

Explicación: Esta tarea es la primera que se les propone a los alumnos de encontrar los ejes de simetría de una figura. La idea es mejorar la destreza visual de los alumnos dejándoles un par de minutos por apartado para que intenten descubrir cuáles son los ejes de simetría. Se propondrá a la clase en general, para que entre todos sean capaces de visualizar cada uno de los ejes. Aunque en este caso la tarea se realice en Gran Grupo, para casa se les propondría otros ejercicios del mismo tipo para que ellos por su propia cuenta, sean capaces de visualizarlas todas.

Tarea 5: Eje de Simetría – Bisectriz (Tarea para casa, Duración Aproximada: 20 minutos).

Consideramos la simetría S de eje la recta $y = x$.

Dibuja los transformados mediante S de:

- a) Los puntos $A(3, 1)$, $B(4, 0)$, $C(0, 4)$, $D(5, 5)$.
- b) El eje X .
- c) El eje Y .
- d) La circunferencia C_1 de centro $(1, 4)$ y radio 2.
- e) La circunferencia C_2 de centro $(3, 3)$ y radio 5.

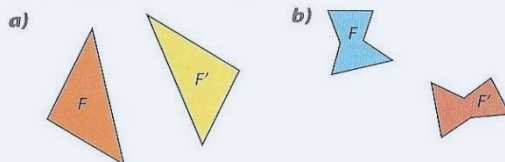
Material o Recurso: Lápiz, Papel y Regla.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual en casa.

Explicación: Esta tarea es un ejercicio de ejercitación ya que se le pide que realice una simetría en el Plano Euclídeo. El interés, además del de practicar, es que anteriormente el único ejercicio que se había realizado en el Plano Coordinado fue en el programa Geogebra, por lo que en este caso, se lo proponemos que lo realicen a mano, pero con el factor añadido de que éstos, tienen que antes de nada, definir cada una de las figuras o elementos que se le indican en los apartados, por lo que a la vez podemos conocer si nuestros alumnos tienen o siguen teniendo, en caso de haberlos vistos con anterioridad, errores en el dibujo de elementos, como no conocer como representar la recta $y = x$, cual es el eje X o el Y , etc.

Tarea 6: Simetría en Figuras (Tarea para Casa, Duración Aproximada: 10 minutos).

Copia en tu cuaderno y traza el eje de simetría que transforma, en cada caso, F en F' .



Material o Recurso: Lápiz, Papel y Regla.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual.

Explicación: A partir de esta tarea se intenta que el alumno consiga dominar el procedimiento de dadas dos figuras, trazar el eje de simetría que transforma una en otra, teniendo en cuenta que dos puntos homólogos deben de estar a la misma distancia del eje y que el segmento que los une es perpendicular al eje.

Sesión 6: La Simetría Central.

Esta sesión está destinada a termina de hablar de la simetría axial y a hablar sobre las simetrías centrales, que aunque es un movimiento directo, cumple que la distancia de un punto y de su transformado al centro de simetría es la misma, al igual que en la simetría axial es de un punto y de su transformado al eje de simetría. Por eso lo

estudiamos en este momento, tras haber estudiado tantos los giros como la simetría axial.

Contenido y Objetivos de la Sesión:

Términos: Punto, Recta, Vértice, Centro, Radio, Eje de Simetría, Transformación, Movimiento Directo e Inverso, Giro, Simetría, Simetría Axial y Simetría Central.

Conceptos: Movimientos. Elementos invariantes de un movimiento. Tipos de movimientos: Identidad, Giros, Traslaciones y Simetrías. Simetría Axial. Eje de Simetría. Tipos de Simetría: Axial, Central y Radial.

Destrezas:

Obtener relaciones entre figuras del plano (son de igual tamaño y forma,...)
Construir el simétrico de una figura respecto a un eje o un punto.

Razonamientos:

Utilizar las propiedades de los movimientos.
Identificar elementos invariantes.

Sistemas de Representación: Simbólico, Verbal, Gráfico.

Objetivos a Desarrollar:

12. Construir la figura simétrica a otra dada, definido su eje de simetría o su centro de simetría.
13. Identificar que el eje de simetría es la única recta invariante por una simetría axial.
14. Reconocer que todas las rectas que pasan por el centro de simetría son invariantes de una simetría central.
15. Dibujar el eje de simetría de dos figuras simétricas mediante regla y compás.
16. Determinar el centro de simetría de dos figuras simétricas.
17. Resolver problemas de la vida cotidiana mediante el uso de la simetría e identificarla en diseños cotidianos, obras de arte y elementos de la naturaleza.

Secuencia de Tareas:

Tarea 1: Camino Más Corto. (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 10 minutos).

Los pueblos de Villablanca y Villaverde se encuentran situados a la misma orilla de un tramo de un río. Si vivieras en uno de los pueblos y quisieras ir al otro pasando por el río. ¿Cuál es el camino más corto?



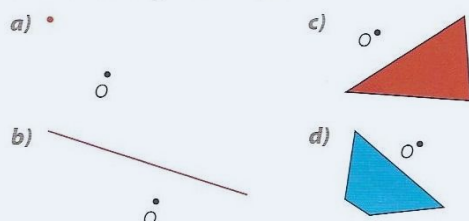
Material o Recurso: Lápiz, Papel y Regla.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará en Gran Grupo.

Explicación: Esta tarea se realizaría al comienzo de la sesión. Como en la sesión anterior los ejercicios fueron de aplicación de la teoría de forma directa, queremos que los alumnos/as tras hacer los ejercicios y tener cierto dominio de la teoría ya explicada, sean capaces de intentar resolver problemas en los que no está involucrado ningún término relativo al tema y que requieren cierto nivel de abstracción para su resolución al tener que encontrarse un método para resolverlo. La idea de hacerlo en gran grupo es conocer como los alumnos/as interactúan entre sí para intentar hallar la solución. El docente no actuará si cree que los alumnos a través de sus aportaciones toman decisiones correctas, en caso contrario, el docente será un guía de los alumnos dando pequeñas pistas para intentar conducirlos hacia la solución.

Tarea 2: Simetría Central (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 10 minutos).

Copia y dibuja en cada apartado las figuras simétricas a las dadas respecto del punto O.



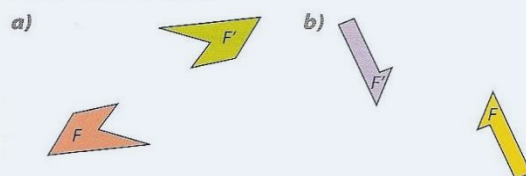
Material o Recurso: Lápiz, Papel, Regla y Compás.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual.

Explicación: Esta tarea se realizará tras la explicación de la teoría correspondiente a Simetría Central, es un ejercicio tipo referente a dar una figura y el centro de simetría y dibujar el transformado.

Tarea 3: Centro Perdido. (Tara de Clase, Duración Aproximada: 10 minutos).

Copia y dibuja el centro de la simetría que transforma F en F' en cada caso:



Material o Recurso: Lápiz, Papel, Regla y Compás.

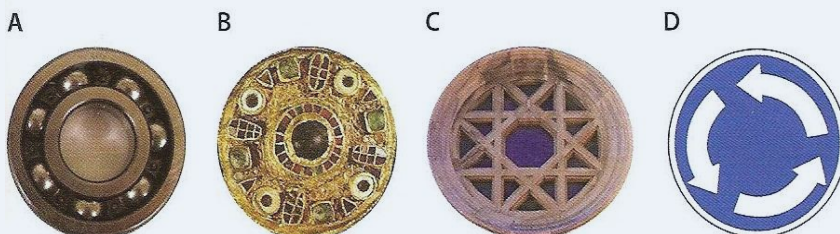
Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual.

Explicación: Esta tarea se realizará después de la expuesta anteriormente con la intención de que tras realizar el transformado de una figuras respecto a un punto, ahora

sea lo contrario, es decir, dadas las figuras, encontrar el centro de simetría por lo que tienen que realizar un proceso inverso. Para terminar nos faltaría únicamente realizar una tarea de figuras que contengan un centro de simetría. Por lo que se realizaría el siguiente.

Tarea 4: Figuras con Centro. (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 5 minutos).

Estudia si las siguientes figuras son simétricas en relación con una simetría central. Da el orden de cada centro de giro.



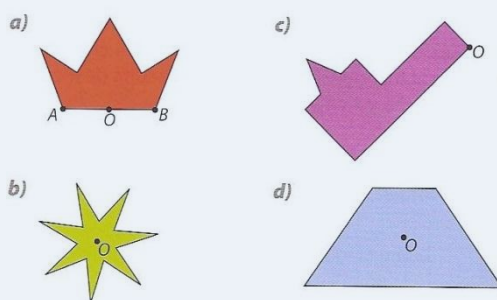
Material o Recurso: Lápiz, Papel y Regla.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará en Gran Grupo.

Explicación: Esta tarea es sencilla por el hecho de que cuando se explicaron los giros, también se explicó, como obtener el centro de giro, por lo que al ser la simetría central un giro de 180° , deben identificarlo rápidamente. La intención del ejercicio es precisamente, diferenciar un giro normal del de 180° .

Tarea 5: Giro de 180° (Tarea para Casa, Duración Aproximada: 15 minutos).

Indica qué elementos permanecen invariantes al aplicar a las siguientes figuras un giro de centro O y 180° de ángulo. ¿Variaría tu respuesta si se aplicara a las figuras una simetría de centro O ?



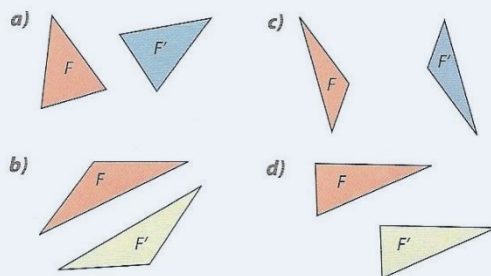
Material o Recurso: Lápiz, Papel, Regla y Compás.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual en casa.

Explicación: Esta tarea al igual que la anterior tiene como intención diferenciar a todos los giros con el de 180° , añadiéndole la dificultad de indicar qué elementos son los que permanecen invariantes.

Tarea 6: Triángulos Homólogos. (Tarea para casa, Duración Aproximada: 15 minutos).

Copia en tu cuaderno e indica en cada caso el movimiento que transforma la figura F en F' . Busca, en su caso, el vector de traslación, el centro de giro, el eje de simetría o el centro de simetría.



Material o Recurso: Lápiz, Papel y Regla.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual en casa.

Explicación: Esta tarea es la primera que se realiza que engloba todo lo visto hasta el momento en el tema, es decir, tiene que identificar figuras congruentes y decía qué movimiento lleva uno en otro indicando sus elementos característicos, por lo que este ejercicio se considera un ejercicio de Síntesis.

Sesión 7: La Alhambra.

Esta sesión se puede dividir en dos partes. En la primera parte los alumnos/as serán los protagonistas ya que serán los encargados de exponer sus trabajos sobre la Alhambra. Los alumnos que salgan a exponer conocen con antelación que tenían que hacerlo y en principio, estos alumnos saldrían voluntariamente a hacerlo. Una segunda parte sería la realización de ejercicios de repaso de lo visto hasta el momento. Estos ejercicios tienen la intención de ser motivadores o que puedan ser utilizados más adelante en otro tema. Además la idea es que los alumnos decidan en qué orden realizarlos o si no hay tiempo suficiente, cuáles de ellos realizar y cuáles dejar como propuestos.

Contenido y Objetivos de la Sesión:

Términos: Punto, Recta, Plano, Ángulo, Segmento, Vértice, Vector, Centro, Radio, Eje de Simetría, Transformación, Movimiento Directo e Inverso, Giro, Simetría, Simetría Axial y Simetría Central.

Conceptos: Movimientos. Elementos invariantes de un movimiento. Tipos de movimientos: Identidad, Giros, Traslaciones y Simetrías. Simetría Axial. Eje de Simetría. Tipos de Simetría: Axial, Central y Radial.

Destrezas:

Obtener relaciones entre figuras del plano (son de igual tamaño y forma,...)
Construir el simétrico de una figura respecto a un eje o un punto.

Razonamientos:

Utilizar las propiedades de los movimientos.
Identificar elementos invariantes.

Sistemas de Representación: Simbólico, Verbal, Gráfico y Manipulativo.

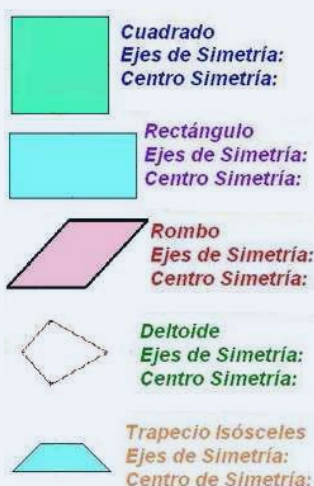
Objetivos a Desarrollar:

6. Construir la figura trasladada de otra dada, definido su vector de traslación.
7. Razonar y justificar que sólo las rectas paralelas al vector de traslación son invariantes.
8. Encontrar el vector de traslación dada una figura y su transformada.
9. Construir la figura girada de otra dada, definido su centro y ángulo de giro.
10. Razonar y justificar que un giro de ángulo \square () no deja ninguna recta invariante.
11. Obtener el centro y el ángulo de giro dada una figura y su transformada.
12. Construir la figura simétrica a otra dada, definido su eje de simetría o su centro de simetría.
13. Identificar que el eje de simetría es la única recta invariante por una simetría axial.
14. Reconocer que todas las rectas que pasan por el centro de simetría son invariantes de una simetría central.
15. Dibujar el eje de simetría de dos figuras simétricas mediante regla y compás.
16. Determinar el centro de simetría de dos figuras simétricas.
17. Resolver problemas de la vida cotidiana mediante el uso de la simetría e identificarla en diseños cotidianos, obras de arte y elementos de la naturaleza.

Secuencia de Tareas:

Tarea 1: Simetría en Polígonos. (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 10 minutos).

Rellena la tabla con los datos que faltan:



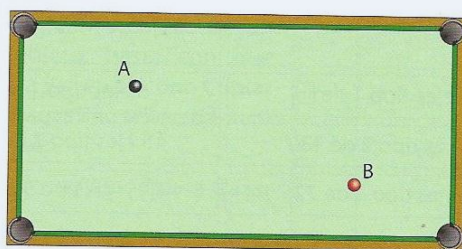
Material o Recurso: Lápiz, Papel.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual.

Explicación: Tarea que relaciona las simetrías, ya sea axial o central, con los polígonos, permitiendo de esta forma una clasificación dependiendo del número de ejes de simetría o e si tiene o no tiene centro de simetría. También tiene su interés para el siguiente tema de composición de movimientos ya que cuando al alumno/a se le proponga que encuentre la pieza mínima de un mosaico puede apoyarse en este ejercicio para conocer si la pieza que tiene es mínima o no.

Tarea 2: Jugando al Billar. (Tarea de Clase, Duración Aproximada: 10 minutos).

Dibuja la trayectoria más corta de todas las que podría seguir la bola A hasta chocar con la bola B, rebotando en la banda inferior.



Material o Recurso: Lápiz, Papel.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma grupal.

Explicación: Esta tarea es un nuevo ejemplo para el uso de las simetrías en un problema de la vida real, ya que en muchos juegos, como en este ejemplo del billar, es necesario que una bola golpee a otra pasando antes por un punto determinado, en este caso, la banda inferior. Con este ejercicio se puede comprobar como la utilización de la matemática en momentos que parecen muy lejanos a su posible utilización nos pueden ayudar a resolver problemas con facilidad, a priori, complejos.

Tarea 3: Mosaicos Alhambra. (Tarea de Clase, Duración Aproximada: - minutos).

Realiza las siguientes piezas que aparecen en los mosaicos de la Alhambra utilizando el programa Geogebra. (El Hueso, La pajarita, El avión....)

Material o Recurso: Geogebra.

Gestión del Aula: Esta tarea se realizará de forma individual.

Explicación: Como los alumnos han buscado información sobre la Alhambra, deben conocer estas piezas, por lo que se les propone que si han encontrado su construcción en los diferentes medios, intenten realizarla ahora mediante este programa, siguiendo el mismo procedimiento. Para aquellos alumnos que no conozcan el procedimiento para construirlos se les proporcionará diferentes páginas de internet para mostrárselo y así que todos los alumnos puedan realizarlos.

Sesión 8: Evaluación.

CONTROL MOVIMIENTOS. SIMETRÍAS. 3º ESO.

NOMBRE Y APELLIDOS:

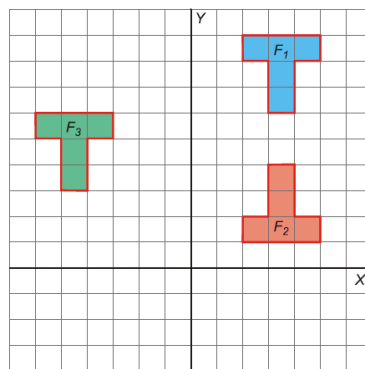
NOTA:

Ejercicio 1:

De la figura F se obtienen las figuras F_1 , F_2 y F_3 mediante un movimiento. Di qué tipos de movimiento son e indica cuáles son directos y cuáles inversos.



Ejercicio 2:

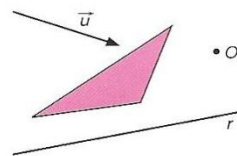


- Describe un movimiento que transforme F_1 en F_2 .
- Describe otro movimiento que transforme F_1 en F_3 .

Ejercicio 3:

Copia en tu cuaderno la figura y aplícale los movimientos que se indican:

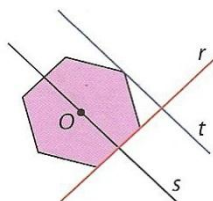
- $t_{\vec{u}}$
- S_r
- S_O
- $G_{O, -45^\circ}$



Ejercicio 4:

Indica qué elementos permanecen invariantes al aplicar al hexágono regular estos movimientos:

- a) Giro de centro O y de 60° de ángulo.
- b) Simetría respecto de r .
- c) Simetría respecto de s .
- d) Simetría respecto de t .
- e) Simetría respecto del punto O .



4.7. Evaluación del Aprendizaje.

La evaluación es el proceso de identificar, obtener y proporcionar información útil y descriptiva acerca del valor y el mérito de las metas, la planificación, la realización y el impacto de un objeto determinado, con el fin de servir de guía para la toma de decisiones, solucionar los problemas de responsabilidad y promover la comprensión de los fenómenos implicados. (Stufflebeam & Shinkfield, 1987).

Se entiende la evaluación como un instrumento de investigación del profesorado que, a través de la identificación, recogida y tratamiento de datos, nos permite comprobar las hipótesis de acción con el fin de confirmarlas o introducir modificaciones en ellos. La evaluación debe proporcionar criterios de seguimiento de todo el proceso de enseñanza – aprendizaje, o sea, sobre el funcionamiento y los resultados. (Imbernón, 1993).

Vamos a describir cómo se va a llevar a cabo la evaluación de los alumnos/as, para ello tenemos que tener en cuenta tres variables: Los Criterios de Evaluación, Instrumentos de Evaluación y la ponderación de los instrumentos.

4.7.1. Criterios de Evaluación:

Volviendo a la Orden ECI/2220/2007, en el Tercero Curso de la ESO, encontramos el siguiente criterio de evaluación relacionado con este tema:

- 4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura geométrica a otra mediante los movimientos en el plano y utilizar dichos movimientos para crear sus propias composiciones y analizar, desde un punto de vista geométrico, diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza.

Con este criterio se pretende estimar la capacidad para:

Reconocer los movimientos y la identificación de sus elementos característicos: ejes de simetría, centro y amplitud de giro, etc.

Comprender los movimientos en el plano, para que puedan ser utilizados como un recurso más de análisis en una formación natural o en una creación artística.

Reconocer los lugares geométricos por sus propiedades, no por su expresión algebraica.

Crear y manipular objetos y componer movimientos para generar creaciones propias.

Los criterios de evaluación que establezco para mi tema son los siguientes:

1. Identificar figuras congruentes diciendo que movimiento lleva una en otra.
2. Clasificar los movimientos en directos e inversos.
3. Identificar los elementos invariantes de un movimiento.
4. Construir el trasladado de una figura dado su vector de traslación.
5. Encontrar el vector que transforma una figura en su trasladada.
6. Construir la figura girada de otra, dados un centro y un ángulo de giro.
7. Definir el centro y ángulo de giro dadas una figura y su transformada.
8. Construir la figura simétrica a otra dada, definido su eje de simetría.
9. Definir el eje de simetría dadas una figura y su transformada.
10. Identificar los elementos invariantes por un movimiento.
11. Resolver problemas de la vida cotidiana utilizando traslaciones, giros y simetrías.
12. Usar programas informáticos para la creación de diseños artísticos.

4.7.2. Instrumentos de Evaluación:

1. La evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado de la Educación secundaria obligatoria será continua y diferenciada según las distintas materias del currículo. (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006)

Como la evaluación de nuestros alumnos debe ser continua, se van a utilizar los siguientes Instrumentos de Evaluación para la recogida de información:

1. Observación, interés y motivación del alumno, utilizando criterios como:
 - a. Participación en Clase.
 - b. Actitud hacia el aprendizaje del tema.
 - c. Colaboración con los compañeros en trabajos grupales.
 - d. Comportamiento durante el transcurso de la clase.
2. Trabajo Diario del alumno.
3. Realización y Corrección de Trabajos.
4. Prueba Escrita.

Ponderación de los Instrumentos de Evaluación.

6. Los profesores evaluarán tanto los aprendizajes del alumnado como los procesos de enseñanza y su propia práctica docente. (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006).

Cada docente debe tomar la decisión sobre la ponderación para la evaluación de los alumnos, mi elección es la siguiente:

- Observación: 10 %
- Trabajo Diario del alumno: 10 %
- Realización y Corrección de Trabajos: 20%
- Prueba Escrita: 60%

Como se muestra, la mayor parte de la nota, se puede obtener a través de la prueba escrita, ya que ésta, nos muestra la comprensión de los alumnos de los conceptos y procedimientos del tema y que será evaluada atendiéndonos a los criterios de evaluación establecidos.

Se ha mencionado anteriormente, que la evaluación de un alumno debe ser continua, y como tal esa es nuestra idea, por eso consideramos importante que en la calificación se refleje la actitud que ha tenido el alumno hacia el tema, a la vez, que se tenga en cuenta el trabajo realizado. En este caso, consideramos un 10% de Trabajo Diario y un 20% de Realización y Corrección ya que para este tema, el trabajo aunque de recopilación, necesita que el alumno se abstraiga y utiliza de forma muy concreta los conceptos del tema porque parte de lo que se pide pertenece al siguiente tema, es decir, al tema de la Composición de Movimientos. El trabajo lo consideramos dentro de este tema con la intención de que los alumnos sean capaces por su propia cuenta de experimentar y de extraer información de lo que están leyendo, a la misma vez que nos sirve de motivación para el tema de Composición.

Por último, decir que, no solo el Trabajo sobre la Alhambra entraría dentro del 20% de la nota, si no que habrá una relación de ejercicios propios del tema, que los alumnos/as deberán entregar para su corrección antes de la última sesión.

5. Conclusiones.

“A través de la niebla, debemos intentar ver siempre cómo las simetrías modelan nuestras ideas y nuestras ecuaciones, forjando nuestra convicción de que su ritmo y su magia – sus imperfecciones, incluso – revelarán, a medida que la bruma se disipe, la elegancia y belleza del universo en que vivimos.” (Lederman & Hill, 2006).

Para finalizar esta Unidad Didáctica, haré una valoración de aspectos de su realización.

En primer lugar, se ha intentado que la Unidad Didáctica se apoyara en dos aspectos claves:

1. La normativa vigente: Para poder realizar una Unidad Didáctica es necesario tener en cuenta que se exige para su realización, el curso en el que se encuentra encuadrada, ya que la complejidad va variando de unos a otros y no se estudia en el mismo nivel de detalle en el curso de 1º ESO que en el de 3º ESO.

2. La fenomenología que define nuestro tema: Para un alumno no solo es necesario conocer la teoría de un tema, si no relacionarlo con su entorno cotidiano y con problemas que le puedan surgir y tener que resolver. Las sesiones realizadas han intentado mostrar problemas en los que la utilización de los Movimientos en el plano es clave para su resolución o para la descripción de un objeto físico, o incluso, como actos cotidianos como recortar un papel doblado da lugar a un friso. Por último, no olvidar el trabajo propuesto sobre la Alhambra, uno de los monumentos más importantes que existen y que con el conocimiento de este tema, es posible definir todas sus decoraciones.

Uno de los aspectos más importantes, es que esta unidad no es modelo rígido que se debe seguir, sino que es una propuesta que he realizado, desde el estudio realizado anteriormente en las clases del Máster, en el que se explicó la metodología del Análisis Didáctico, y desde mi experiencia durante el período de prácticas, en el que he podido conocer el desarrollo de una sesión desde el punto de vista docente y de los problemas que surgen, así como la preparación de clases y la realización de ejercicios motivadores. Por esta razón, cada docente debe amoldar esta unidad a sus características y a las de sus propios alumnos, ya que cada alumno y cada grupo de alumnos es diferente y el modo de trabajar también lo es.

Por último, comentar que aunque el trabajo del Análisis Didáctico es bastante complejo, utilizarlo nos permite afrontar el tema con mucha más confianza porque conocemos los conceptos de nuestro tema, cómo se representan y qué fenómenos de la vida real modelizan (Análisis de Contenido), también conocemos qué se pretende que nuestros alumnos conozcan, que errores pueden tener y cómo intentar ayudar a solucionarlos (Análisis Cognitivo) y qué variables se deben tener en cuenta para la selección de tareas, además de que cómo se va a evaluar (Análisis Instrucción).

Para concluir, todas las matemáticas han de ser descubiertas, las tenemos delante pero en la mayoría de las ocasiones no conseguimos verlas o describirlas, por lo que siempre queda trabajo que hacer. La siguiente frase fue dicha por Maurits Cornelis Escher (1898 – 1972) tras la realización de la mayoría de sus obras, en las que utilizaba los movimientos en el plano y sus composiciones:

“Me regocijo en esta perfección y soy testigo claramente consciente, ya que no soy yo quien lo inventó o descubrió. Las leyes matemáticas no son meras invenciones humanas, simplemente lo son, existen independientemente del intelecto. Lo más que un hombre puede hacer, es descubrir que están ahí y tomar conciencia de ellas.” Escher.

ANEXO I: HISTORIA TRANSFORMACIONES EN EL PLANO.

La historia de las transformaciones en el plano, pertenece a la historia de la geometría y para comenzar a hablar de la Historia de la geometría, tenemos que hablar de las civilizaciones antiguas, y de la primera que hablaremos será de la Antigua Grecia y por tanto de los Libros de Euclides.

Antigua Grecia.

Los libros de los elementos de Euclides (325 a.C. – 265 a.C.), constan de 13 libros que consisten en:

Libro I: Los Fundamentos de la Geometría. Teoría de los triángulos, paralelas y el área.

Libro II: Álgebra geométrica.

Libro III: Teoría de la circunferencia.

Libro IV: Figuras inscritas y circunscritas.

Libro V: Teoría de las proporciones abstractas.

Libro VI: Figuras geométricas semejantes y proporcionales.

Libro VII: Fundamentos de la teoría de los números.

Libro VIII: Continuación de proporciones a la teoría de números.

Libro IX: Teoría de los números.

Libro X: Clasificación de los inconmensurables.

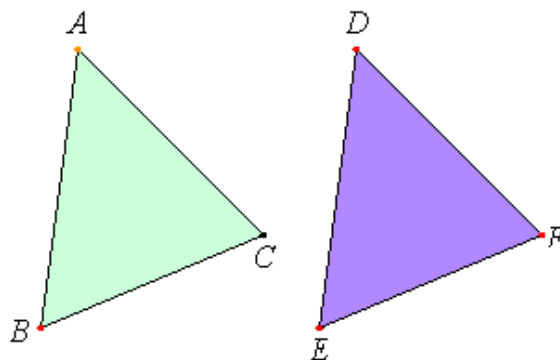
Libro XI: Geometría de los sólidos.

Libro XII: Medición de figuras.

Libro XIII: Sólidos regulares.

Concretamente en el libro I encontramos 23 definiciones, 5 postulados y 48 proposiciones que sientan las bases de la Geometría. Los primeros tres postulados, se refieren a construcciones geométricas, el cuarto establece que todos los ángulos rectos son iguales. Esta idea implica que todas las propiedades geométricas de una figura son independientes de la posición en que se coloque en el espacio, por lo que aunque actualmente, se explican las transformaciones en el plano mediante una Geometría Dinámica, en la Geometría de la Antigua Grecia, se habla de una Geometría Estática, una Geometría en la que se habla de la idea de Congruencia o de Igualdad de Triángulos, como por ejemplo, en la Proposición 8 del Libro I.

Proposición 8. Si dos triángulos tienen dos lados respectivos iguales, y también tienen la base igual, también tendrán iguales los ángulos comprendidos por los segmentos iguales.



Esta descripción de la geometría viene basada en que para los griegos el universo poseía una estructura geométrica y matemática, y todo debía mantenerse fiel a esa estructura, respetando los principios de proporción y simetría. “*La geometría conduce el alma hacia la verdad y crea el espíritu de la filosofía*” (Platón, 428 a.C. – 347 a.C.).



Euclides



Libro de los Elementos

Mundo Árabe.

Desde hace siglos, el hombre se ha maravillado de la pulcritud y la perfección de los mosaicos árabes. Debido a que la religión musulmana prohíbe terminantemente la representación de seres vivos, los artistas musulmanes no tuvieron otra opción que enfocarse en el desarrollo de formas geométricas. La simetría casi perfecta de los mosaicos demuestra que los artesanos musulmanes dominaban la regla y el compás.

La geometría es muy importante en el Islam. A través de ella se representa la indivisibilidad de Dios. La forma perfecta es el círculo. Se utiliza como patrón que permite crear otros motivos.

De la gran diversidad de patrones geométricos utilizados en el arte y decoración islámica, al menos dos elementos son distintivos. En primer lugar, el uso de polígonos estrellados, que normalmente se entrelazan y/o conectan entre sí, aprovechando sus propiedades de simetría. En segundo lugar, la superposición de teselaciones en planos paralelos, las cuales se relacionan y muchas veces confunden.



Fontaine de Meknes



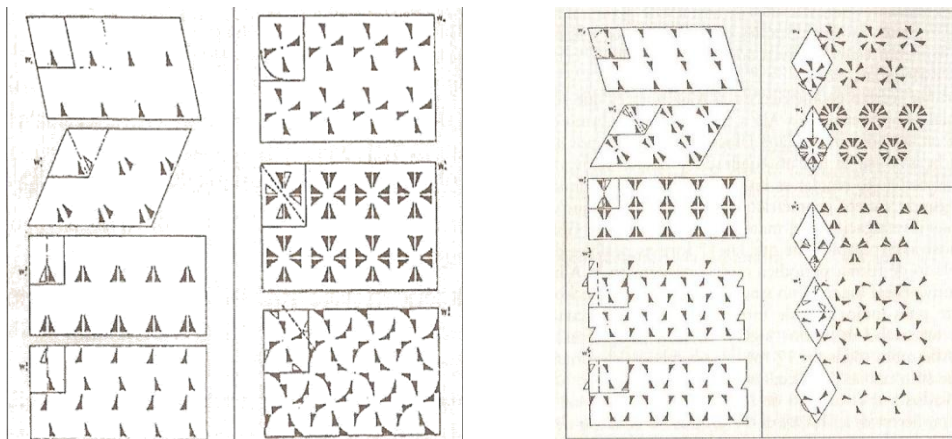
Arabesco

La Alhambra:

Ciudad, fortaleza y palacio de los reyes de la dinastía Nazarí, sus salas y jardines son la máxima expresión del arte musulmán en Europa.

Las exuberantes decoraciones de frisos y planos geométricos hechos con motivos florales están soportadas por materiales hechos con estucos de yeso, cerámicas maderas trabajadas, etc.

Además en la Alhambra podemos encontrar todas las 17 forma posibles de decoración en un plano de forma periódica, es decir, en la decoración de la Alhambra podemos encontrar los 17 grupos de simetría del plano.



Edad Media.

Durante la Edad Media, la representación de los objetos del espacio, problemas de sombra y la descripción del mundo real se convirtió en la preocupación de pintores y artistas, muchos de ellos matemáticos, como por ejemplo, Leonardo da Vinci. Los artistas emprendieron el estudio de la naturaleza para reproducirla en sus lienzos y se enfrentaron al problema matemático de presentar el mundo real en un lienzo bidimensional.

Algunos personajes a destacar son:

- **Filippo Brunelleschi (1377 – 1416):** Fue el primer artista que estudió y utilizó intensivamente las matemáticas. Su pasión por ellas le llevo al descubrimiento de la perspectiva cónica. En arquitectura, las matemáticas definen su estilo, utilizando las proporciones y los juegos de perspectiva. En todos los edificios que llevan su firma, las partes se relacionan entre sí y con el todo mediante fórmulas matemáticas, de manera que, por ejemplo, una sección es la mitad o la cuarta parte del todo, etc.



Filippo Brunelleschi

- **Leonardo de Vinci (1452 – 1519):** En su Studio, conocido como el “Hombre de Vitrubio” se realiza un estudio anatómico buscando la proporcionalidad del cuerpo humano, el canon clásico o ideal de belleza, usando el ángulo de 90° y la simetría. Además, escribió "Tratatto della pintura" sobre la perspectiva que se publicó en 1651.



Leonardo Da Vinci

- **Alberto Durero (1471 – 1528):** Hizo hincapié en todas sus obras en la geometría y en la medida. “De todos los artistas del Renacimiento, el mejor matemático fue el alemán Albert Durero quién escribió un libro sobre geometría: “Instrucción en la medida con regla y compás” (1525), para ayudar a los artistas sobre la perspectiva.” (Kline, 2012)



Alberto Durero

A través de estos autores, la geometría proyectiva aparece como herramienta de estudio de la geometría y precursora de la idea de transformación en el plano.

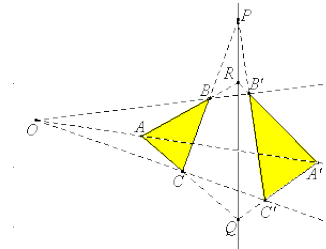
Edad Moderna.

- **Gerard Desargues (1591 – 1661):** Fue el precursor de la idea de transformación geométrica y el de figura invariante con sus propiedades. En 1639 escribe “Brouillon project d’une atteinte aux événements des rencontres d’un cone avec un plan” (“Primer borrador sobre los resultados de intersecar un cono con un

plano”) que sientan las bases de la geometría proyectiva y da lugar al teorema que lleva su nombre:



Teorema de Desargues: Se dice que dos triángulos están en perspectiva desde un punto si las rectas que unen los puntos son concurrentes. También se dice que dos triángulos están en perspectiva desde una recta si los pares formados por rectas correspondientes se cortan en puntos alineados.



- *Blaise Pascal (1623 – 1662):* Redacta sus tratados de cónicas retomando los métodos de Desargues.



Blaise Pascal

Tanto Desargues, como Pascal, hablan de Geometría Proyectiva, pero hablan también en sus tratados de elementos invariantes, que dan pie a la idea de transformación geométrica que tenemos actualmente, como dicen Jahn, A. en su libro “*Des transformations des figures aux transformations ponctuelles.*”(1998): “En este período histórico las transformaciones geométricas aparecen como instrumentos implícitos de transferencia de propiedades. Las únicas transformaciones utilizadas son las proyecciones, pero quedan en el contexto de las cónicas, y no son consideradas como objetos de estudio en sí mismas, sino como simples relaciones entre dos figuras donde prima la noción de invariante.

Geometría Analítica.

“*He decidido abandonar la geometría abstracta, es decir, la consideración de cuestiones que sólo sirven para ejercitar la mente, para estudiar otro tipo de geometría que tiene por objeto la explicación de los fenómenos de la naturaleza*” René Descartes (1596 – 1650)

La geometría analítica fue introducida en el siglo XVII por Pierre de Fermat (1601-1665) y por Descartes como un método general para resolver problemas geométricos y particularmente para estudiar las curvas y superficies.



Pierre de Fermat



René Descartes

La visión de los ejes de coordenadas que tenemos actualmente no es la que tenía Descartes, si no que para él solo teníamos la coordenada X y posteriormente calcula la Y mediante la ecuación correspondiente.

Pero la idea fundamental de ecuación de una curva es puesta en evidencia de manera más clara por Fermat. Su método se funda en el reconocimiento de una correspondencia biyectiva entre los puntos del plano y sus coordenadas y asocia las ecuaciones a las curvas.

Según Piaget y García en su obra “Psicogénesis e historia de las ciencias” (2004) concluyen que “la noción de transformación tiene su origen innegable en la Geometría Analítica”.

La noción de transformación.

“Una de las características principales de la geometría que se desarrolló durante la segunda mitad del siglo XIX, fue el entusiasmo con que estudiaron los matemáticos una gran variedad de transformaciones.

Las más conocidas fueron las que constituyen el grupo de transformaciones que define la llamada geometría proyectiva. Los orígenes de esta geometría estaban ya, en realidad, en las obras de Pascal y de Desargues, pero hasta comienzos del siglo XIX no se produjo su desarrollo sistemático, desarrollo debido especialmente a Poncelet. (1788- 1867).” (Boyer, 2003)

Poncelet fue considerado como uno de los fundadores de la geometría proyectiva, de especial importancia su obra Tratado de las propiedades proyectivas de las figuras (1822).

Y de este tratado, Poncelet desarrolla el método de las transformaciones, que llevarían a otros matemáticos como Michel Chasles (1793 – 1880), a realizar nuevas investigaciones. Es más, las investigaciones de Chasles se refieren en gran parte a la teoría de las transformaciones. Busca la transformación más general que poseen los invariantes.



Poncelet



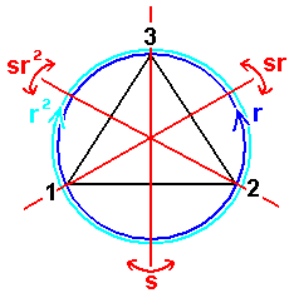
Michel Chasles

EDAD CONTEMPORÁNEA.

Tras conocer la idea de transformación geométrica, a partir del desarrollo de la geometría proyectiva y de las propiedades de invarianza, llega la necesidad de clasificar estas transformaciones y los elementos invariantes que lo caracterizan.

Esta clasificación se pudo llevar a cabo, gracias a los trabajos de Galois (1811 – 1832) sobre teoría de grupos, aunque debido a su pronta muerte, no tuvo gran importancia hasta que llegó a las manos de Lagrange (1736 – 1813) que impresionado por el concepto de grupo, dedicó la mayor parte de su vida a desarrollarlo y a aplicarlo.

Estas ideas sobre las relaciones entre la Geometría y la teoría de grupos conducirán a Klein (1849 – 1925) en el Programa de Erlangen (1872) a proponer un estudio de esas relaciones, describiendo aquellas propiedades de las figuras que permanecen invariantes bajo la acción de un grupo concreto de transformaciones.



o	i	g1	g2	s1	s2	s3
i	i	g1	g2	s1	s2	s3
g1	g1	g2	i	s2	s3	s1
g2	g2	i	g1	s3	s1	s2
s1	s1	s3	s2	i	g2	g1
s2	s2	s1	s3	g1	i	g2
s3	s3	s2	s1	g2	g1	i

D_3 : Grupo Diédrico de Orden 3 o Grupo de Simetrías de un polígono regular de 3 lados.

“Camille Jordan (1838 – 1922) hizo el primer estudio importante sobre grupos infinitos en su *Memoria sobre los grupos de movimientos*, entre 1868 y 1869. Esto dio origen a los estudios de transformaciones geométricas mediante el concepto de grupo.” (Alsina, Pérez, & Ruiz, Simetría Dinámica, 1989)



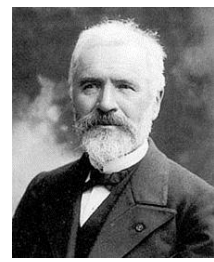
Galois



Lagrange



Klein



Jordan

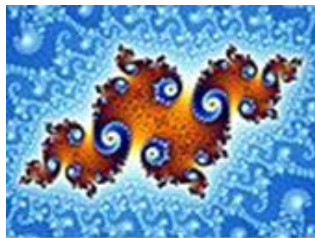
Fractales y Transformaciones en la actualidad.

Tras el estudio de Klein del grupo de transformaciones ha habido una gran cantidad de matemáticos que han seguido estudiando a este grupo, como es el caso de **John Henry Constantine Whitehead (1904 – 1960)**, que definió geometría como el estudio de la invarianza bajo un grupo de transformaciones por lo que la idea de Euclides, se ve modificada por estudiar el espacio con una estructura intrínseca que consta de un conjunto de relaciones, las cuales pueden estar definidas con la ayuda de un conjunto de transformaciones.



J.H.C. Whitehead

Cabe destacar al matemático Benoît Mandelbrot (1924 – 2010), que con sus estudios sobre los fractales mostró un nuevo campo donde estaban muy presentes las transformaciones geométricas y que dieron un auge para continuar los estudios sobre esta teoría.



Mandelbrot

En la actualidad, podemos seguir estudiando a estas transformaciones, como es el caso de los matemáticos John Griggs Thompson y Jacques Tits que en 2008 consiguieron el premio Abel de las ciencias por una investigación sobre simetrías en teoría de grupos.



Griggs Thompson



Tits

ANEXO II: ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD.

Aunque las tareas expuestas durante las sesiones abarcan todos los conocimientos, a diferentes niveles de dificultad, hay alumnos que necesitan un mayor refuerzo para llegar a conseguir el mismo nivel que sus compañeros.

A estos alumnos les pediremos que realicen la relación de ejercicios que se les va a proponer a todos los alumnos por lo que nuestros alumnos/as tienen suficientes ejercicios de ampliación y de refuerzo, que aunque, la mayoría estén destinados a los alumnos con dificultades, para el resto sirven como ejercicios de repaso que les ayuda a reforzar los conceptos aprendidos.

Como puede ocurrir, que sobre todo las dificultades de estos alumnos puedan producirse por una falta de asociación con el resto de temas o con la realidad, se les proporcionará nuevas herramientas que les ayude en su desarrollo.

Estas herramientas se les darán a todos los alumnos/as al comienzo del tema con la idea de que puedan ir observándolas y tomar contacto. Algunos de estos recursos son:

1. Programas Vía Web. Algunas páginas que podemos encontrar son:
 - a. <http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/movimientos.htm>
 - b. http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_3_eso_movimientos_plano/index_3quincena7.htm
 - c. <http://www.educacionplastica.net/zirkel/traslacion.html>

2. Vídeos que puedan motivarles o ayudarles en la realización de ejercicios:
 - a. Programa Más por Menos. Capítulo 2: Movimientos en el Plano:
<http://www.youtube.com/watch?v=h9eqeBsNMBo>
 - b. Programa 31: Movimientos en el Plano de Telesecundaria:
<http://www.youtube.com/watch?v=x1qeSVZY93E&feature=related>
 - c. Aula 365: <http://www.aula365.com/movimientos-en-el-plano>

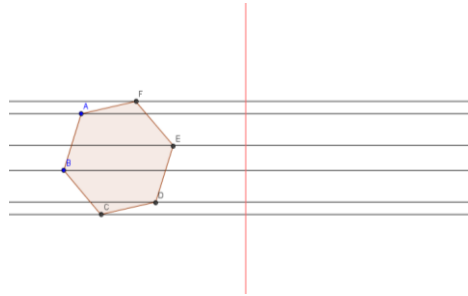
3. Más tareas de refuerzo y ampliación. Nuestra idea en un primer instante es que los alumnos por diversas circunstancias pueden tener problemas en el momento de la realización de los ejercicios por lo que la relación de ejercicios debe ayudarles en este proceso. Si el docente comprueba que no es suficiente o que por otras circunstancias, el alumno/a necesita una mayor ayuda, se le daría nuevos ejercicios con la diferencia de que estos ejercicios serían más sencillos y en los que se buscaría que el alumno entienda los conceptos y los

procedimientos por partes. Por ejemplo: Para realizar una simetría cuando el plano es oblicuo con respecto a los ejes de coordenadas asignados.

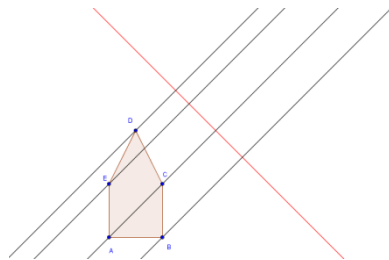
1. Realiza el simétrico a la siguiente figura respecto a los diferentes ejes de simetría:



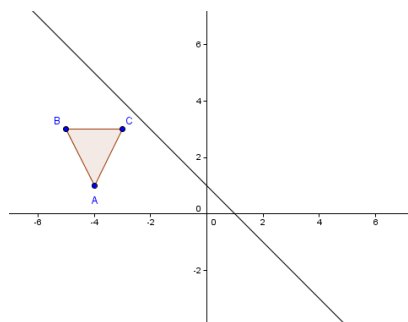
2. Realiza el simétrico de las siguientes figuras a partir de las líneas guías, utilizando regla y compás.



3. Realiza el simétrico de las siguientes figuras a partir de las líneas guías, utilizando regla y compás.



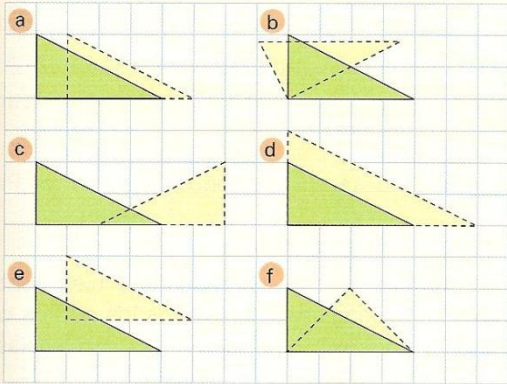
4. Realiza el simétrico de esta figura con respecto al eje de simetría.



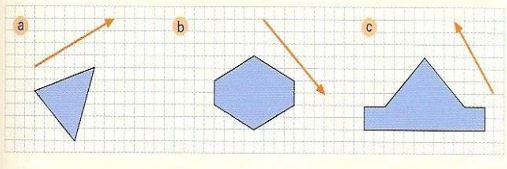
Nota: La idea es que consiga hacer el ejercicio 4, a partir de la resolución de los anteriores, que son los pasos previos a realizar.

ANEXO IV: RELACIÓN DE EJERCICIOS

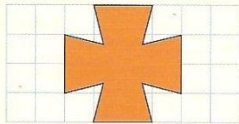
1. Indica cuáles de las siguientes transformaciones son traslaciones.



2. Dibuja en tu cuaderno estas figuras y realiza las traslaciones indicadas por las flechas:



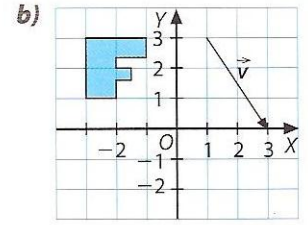
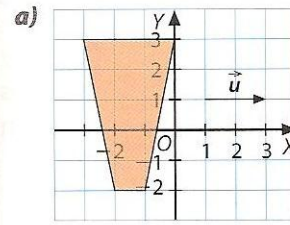
3. Dibuja la figura en tu cuaderno y trasládala horizontalmente 8 cm hacia la derecha. Después, traslada verticalmente la figura obtenida 6 cm hacia abajo. ¿Qué longitud tiene el desplazamiento que transforma la figura inicial en la final?



4. Hemos hecho una traslación oblicua de 45° de inclinación. La descomponemos en una traslación horizontal y una vertical.

- a) ¿Qué relación hay entre estas dos traslaciones no oblicuas?
- b) ¿Qué sucede si la inclinación es de más de 45° ? ¿Y si es de menos de 45° ?

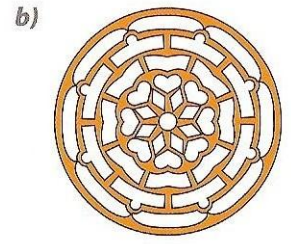
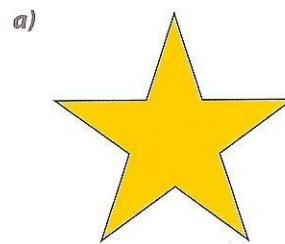
5. Copia en tu cuaderno y dibuja la figura trasladada según el vector de traslación dado:



6. Dibuja los homólogos de los puntos $A(2, 5)$, $B(0, 6)$, $C(4, -2)$, $D(3, 7)$, $E(-5, -1)$ y $F(2, 0)$ según la traslación dada por cada vector y escribe, a continuación, las coordenadas de los puntos:

- a) $\vec{u} = (1, 3)$
- b) $\vec{v} = (-4, 5)$
- c) $\vec{w} = (-2, -3)$

7. Encuentra en cada caso el centro de giro y el ángulo mínimo para que la figura sea invariante. ¿De qué órdenes son los centros de giro?



8. Obtén, si existe, el centro de giro de:

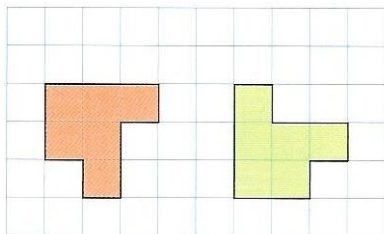
- a) Un rectángulo.
- b) Un hexágono regular.
- c) Un trapecio isósceles.
- d) Un semicírculo.

9. Dibuja en unos ejes de coordenadas las figuras cuyos vértices consecutivos se dan en cada apartado. Después aplica el giro indicado y señala las coordenadas de los vértices homólogos.

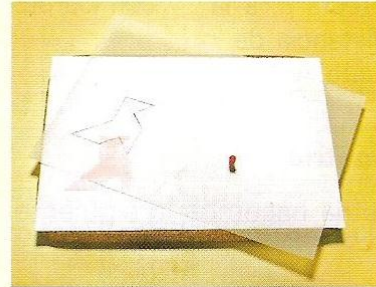
- a) $A(1, 3)$, $B(2, 3)$, $C(2, 0,5)$, $D(3, 0,5)$, $E(3, 1)$ y $F(1, 1)$. Giro de 90° de ángulo y centro en $(0, 0)$.
- b) $A(2, 3)$, $B(2, 1)$ y $C(1, 1)$. Giro de 270° de ángulo y centro en el origen de coordenadas.
- c) $A(1, -1)$, $B(2, -1)$, $C(3, 3)$ y $D(1, -2)$. Giro de 180° de ángulo y centro en el origen de coordenadas.
- d) $A(2, 5)$, $B(1, 0)$ y $C(-2, -4)$. Giro de -90° de ángulo y centro en el origen de coordenadas.

10. Dibuja en tu cuaderno un cuadrado y señala un vértice, A , del mismo. Traza las figuras que resultan de aplicarle dos giros con centro en A , uno de ángulo 45° y otro de ángulo -45° . ¿Qué tipo de isometría hay que aplicar a la figura que se obtiene con el primer giro para transformarla en la que se genera con el segundo giro?

- 11. ¿Qué figura se obtiene si se aplica a un triángulo equilátero un giro cuyo centro es el del triángulo y cuyo ángulo es de 120° ?
- 12. ¿Qué tipo de giros dejan invariante a un hexágono regular? ¿Cuál es el ángulo mínimo de giro?
- 13. Observa la ilustración del margen y determina el centro y el ángulo del giro que transforma la figura roja en la verde.



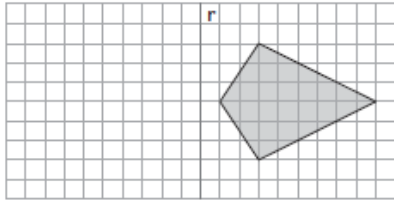
- 14. Necesitas una hoja en blanco, una hoja de papel vegetal, una chincheta y un corcho.
 - Dibuja una figura en la hoja en blanco y cácala en el papel vegetal.
 - Con los dos dibujos superpuestos, fíjalos en el corcho con la chincheta.
 - Manteniendo fija la hoja y moviendo el papel vegetal, haz girar la figura.



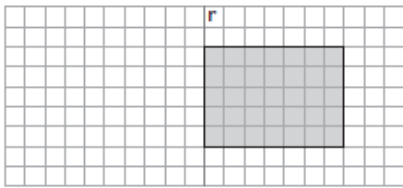
Explora las siguientes situaciones:

- a) Cuando la chincheta está lejos de la figura y cuando está cerca.
 - b) Cuando la chincheta está en el interior de la figura, en un vértice o en un lado.
15. Dibuja un triángulo escaleno en unos ejes cartesianos, y aplica dos giros, uno de 50° y uno de -75° con centro $C = (3, 5)$.

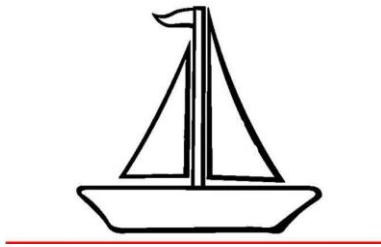
16. Dibuja en tu cuaderno la cometa simétrica de la del dibujo respecto del eje r



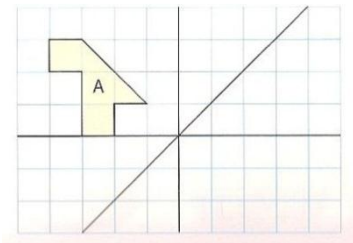
17. Dibuja en tu cuaderno el simétrico del rectángulo siguiente respecto del eje r



18. Realiza el simétrico de la siguiente figura



19. Dibuja en tu cuaderno las figuras simétricas de la figura A respecto de cada una de las tres rectas dibujadas en la ilustración del margen.



20. Di qué figuras de entre las siguientes tienen centro de simetría: un triángulo rectángulo, un rombo, un rectángulo, un trapecio, un polígono regular, un segmento circular, un sector circular y una corona circular.

21. Señala todos los ejes de simetría de un triángulo equilátero, un pentágono regular y un hexágono regular.

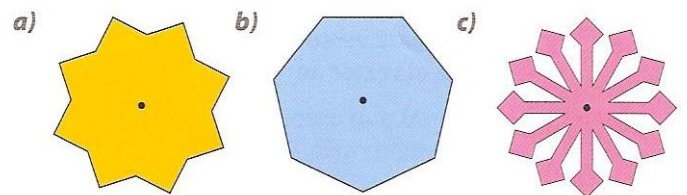
22. Si se unen con segmentos los puntos homólogos de dos figuras simétricas respecto de un centro O , ¿dónde se cortan dichos segmentos? ¿Por qué?

23. Di cuáles de los siguientes puntos son simétricos respecto del origen de coordenadas: $A(-1, -1)$, $B(1, 1)$, $C(2, 2)$, $D(2, -2)$, $E(3, -1)$ y $F(-3, 1)$.

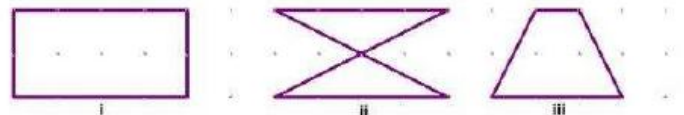
24. Los puntos $A(x, y)$ y $A'(x', y')$ son homólogos por una simetría cuyo centro es el origen de coordenadas. Escribe algebraicamente la relación entre las coordenadas de A y A' .

25. Dibuja un triángulo y un punto P . Realiza sobre el triángulo una simetría con centro en P . A continuación aplica a la figura resultante un giro de centro P y 180° de ángulo. Explica lo que ocurre y por qué.

26. Calcula el orden de cada uno de los centros de giro de estas figuras simétricas:



27. Indica cuántos ejes de simetría tienen las siguientes figuras. Dibújalos.



28. ¿Qué tienen de particular este poema?

Arde ya la yedra,
la moral, claro, mal.
No deseo yo ese don,
la tomo como tal.
No traces en ese cartón,
la ruta natural.

Arde ya la yedra,
la moral, claro, mal.
Amad a la dama,
la ruta natural.
¿Ávida de dadiva?
La tomo como tal.

Arde ya la yedra,
la moral, claro, mal.
¿Osar ropa por raso?
La tomo como tal.
¿O sacáis ropa por si acaso?
La ruta natural.

Arde ya la yedra,
la moral, claro, mal.
Átate, demoníaco Caín, o me delata.
La tomo como tal.
¡Ya... atar al raedor, y rodear la rata... ay!
La ruta natural.

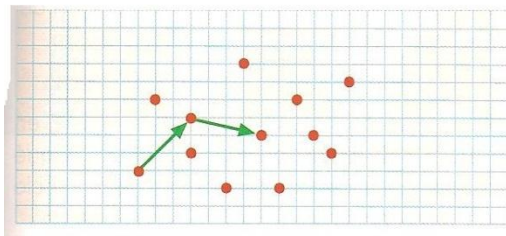
Julio González Cabillón

29. El juego de las traslaciones

■ Marcad algunos puntos en una cuadrícula.

■ El primer jugador dibuja una traslación que una dos de los puntos. Alternadamente, cada jugador dibuja una traslación a continuación de la última hasta otro punto sin tocar el camino dibujado.

■ Gana quien dibuja la última.

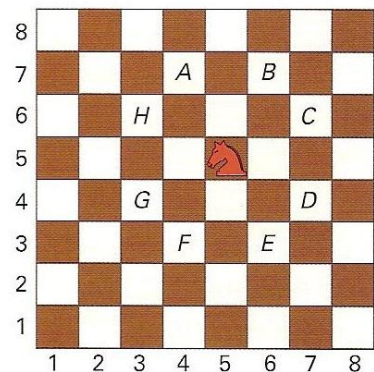


30. Ajedrez

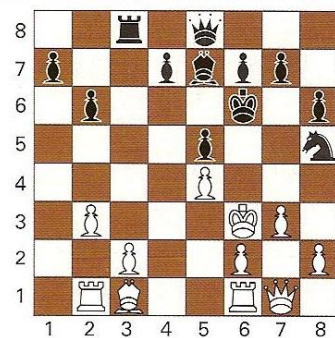
Movimientos de las piezas del ajedrez

- ♖ Se desplaza tanto horizontal como verticalmente.
- ♗ Se desplaza en diagonal.
- ♜ Combina los movimientos del alfil y la torre.
- ♚ Se puede mover a cualquier casilla contigua.
- ♞ Salta dos casillas verticalmente y una horizontalmente, o dos casillas horizontalmente y una verticalmente.
- ♟ Avanza una casilla hacia delante. Para capturar a otra pieza se desplaza una posición en diagonal.

1. Indica el vector traslación que debemos aplicar al caballo para ir a las posiciones indicadas:



2. Considera esta disposición de las piezas:



- a) Cuatro piezas se pueden desplazar a la posición (6, 4). Señala cuáles son e indica en cada caso el vector traslación.
- b) La dama blanca puede ir a la posición (1, 6) con dos desplazamientos. Indica los dos vectores traslación.
- c) Si aplicamos el vector $(0, -3)$ a la torre negra, ¿qué posición pasará a ocupar?
- d) A una pieza le hemos aplicado el vector $(-3, -3)$ y se ha desplazado a la posición (3, 5). ¿Qué pieza es?

Bibliografía

- Alsina, C., Burgués, C., & Fortuny, J. M. (1988). *Materiales para construir la geometría*. Madrid: Síntesis.
- Alsina, C., Pérez, R., & Ruiz, C. (1989). *Simetría Dinámica*. Madrid: Síntesis.
- Boyer, C. B. (2003). *Historia de la Matemática*. Madrid: Alianza Editorial.
- Celma Molins, J., & Dols Villegas, S. (2010). *Múltiple Matemáticas, Proyecto Conecta 2.0, 3º ESO*. Pinto (Madrid): SM.
- Colera, J., Gaztelu, I., & Oliveira, M. (2011). *Matemáticas 3º ESO*. Madrid: Anaya.
- Contreras Caballero, I., & Fernández Palicio, I. (2011). *Matemáticas 3º ESO Adarve*. San Fernando de Henares (Madrid): Oxford University Press.
- Euclides. (1991). *Libros de los elementos de Euclides. (Traducido por Maria Luisa Puertas)*. Madrid: GREDOS.
- Giné Freixes, N., & Parcerisa Aran, A. (2000). *Evaluación en la educación secundaria, Elementos para la reflexión y recursos para la práctica*. Barcelona: GRAÓ, DE IRIF.
- Imbernón, F. (1993). Reflexiones sobre la evaluación en el proceso de enseñanza - aprendizaje. De la medida a la evaluación. *Aula de Innovación Educativa n.20*, 5-7.
- Jahn, A. (1998). *Des transformations des figures aux transformations ponctuelles*. París: Université Joseph Fourier.
- Jaime Pastor, A., & Gutiérrez Rodríguez, Á. (1996). *El Grupo de las Isometrías del Plano*. Madrid: Síntesis.
- Kline, M. (2012). *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*. Madrid: Alianza Editorial.
- Lederman, L. M., & Hill, C. T. (2006). *La simetría y la belleza del universo*. Guipúzcoa: Tusquets Editores.
- Ministerio de Educación y Ciencia. (2006). *Real Decreto 1631/2006 por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*. Madrid: BOE.
- Ministerio de Educación y Ciencia. (2007). *Orden ECI/2220/2007 del 12 de Julio por el que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación Secundaria Obligatoria*. Madrid: BOE.
- Ministerio de Educación y Ciencia. (2007). *ORDEN ECI/3858/2007, del 27 de Diciembre, por el que establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales*

que habiliten para el ejercicio de las profesiones de Profesor de Educación Secundaria Obligatoria... Madrid: BOE.

OCDE. (2003). *Informe PISA*. 2004: Santillana.

Piaget, J., & García, R. (2004). *Psicogénesis e historia de las ciencias*. Buenos Aires: Siglo XXI Editores.

RAE. (2010). Recuperado el 1 de Junio de 2012, de diccionario de la RAE:
http://buscon.rae.es/draeI/SrvltConsulta?TIPO_BUS=3&LEMA=Representar

Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, & L. Puig, *La educación* (págs. 39-60). Barcelona: Horsori.

Sánchez González, J. L., & Vera López, J. (2007). *Matemáticas 3º ESO, Serie Cota, Proyecto Ánfora*. Estella (Navarra): Oxford Education.

Stewart, I. (2008). *Belleza y Verdad. Una historia de la simetría*. Barcelona: Crítica.

Stufflebeam, D., & Shinkfield, A. (1987). *Evaluación Sistemática. Guía teórica y práctica*. Madrid: Praidós-MEC.